

À Karine.

Remerciements

Ce travail a été réalisé sur deux sites différents. Deux années se sont déroulées en France au sein du projet **EVASION** (Environnements Virtuels pour l'Animation et la Synthèse d'Images d'Objets Naturels) du laboratoire **GRAVIR** (Laboratoire informatique GRAPhique, VISION et Robotique) et une année à l'UNSW (University of New South Wales) dans le laboratoire de Neuroanatomie du Pr Paxinos en Australie.

Je tiens à remercier, en premier lieu, **Marie-Paule Cani** d'avoir ouvert les portes de son laboratoire à un anatomiste et d'avoir dirigé et soutenu ce travail.

Je remercie les Anatomistes de la Faculté de Médecine de Grenoble, le **Pr Chirossel**, le **Pr Passagia** et le **Pr Chaffanjon** pour leur soutien.

Je remercie, sincèrement, le **Pr Benabid** qui me fait l'honneur de participer à mon Jury et à qui je dois ma rencontre avec le Pr Paxinos et mon voyage en Australie.

Je remercie, le **Pr Paxinos** pour l'accueil qu'il m'a réservé au sein de son équipe en Australie. J'ai été impressionné par sa disponibilité et par l'énergie qu'il a déployée pour que notre travail aboutisse.

Je remercie, également, l'ensemble des membres du projet EVASION pour l'ambiance propice au travail et au bien être qu'ils véhiculent. Je porte une attention toute particulière à **Franck Hetroy** et **François Faure** qui m'ont hébergé dans leur bureau et qui ont su, à chaque fois, me donner des conseils avisés.

Je remercie **Laure Heïgéas** qui, à mes débuts, m'a sorti de nombreux travers techniques et a su m'initier à l'art de la programmation.

Je remercie, aussi, **Anne Pierson** pour son dynamisme et sa disponibilité.

Je remercie, également, l'équipe du service de Neurochirurgie du CHU de Grenoble qui m'a permis de dégager le temps nécessaire à la réalisation de ce travail en compensant mes absences répétées.

Dans l'équipe Australienne, je souhaite remercier, **Hongqin Wang** et **Yuri Koutchev** pour leur sympathie et leur professionnalisme. Ainsi que **Jae-Won Shin** pour son aide technique en particulier dans la réalisation de NAVIS.

Je remercie le **Pr Cinquin** de mettre à profit sa double compétence, très largement reconnue, pour expertiser et juger ce travail.

Je remercie, le **Pr. Jean-Paul Francke**, Anatomiste et Doyen de la Faculté de Médecine de Lille, de l'intérêt qu'il porte à ce travail. Je souhaite que cette thèse s'inscrive dans la profonde implication pédagogique qui caractérise l'excellence des enseignants d'Anatomie aujourd'hui en France.

Je remercie, enfin, le **Laurent Lucas** et **Hervé Delingette** qui me font l'honneur de se déplacer jusqu'à Grenoble pour évaluer mon travail.

Je tiens à remercier l'**Université Joseph Fourier** et la **Société Française de Neurochirurgie** qui m'ont soutenu financièrement pour mon voyage, d'une année, à Sydney en Australie. De la même façon, je remercie les responsables du laboratoire GRAVIR d'avoir pris en charge le financement du voyage du Pr. Paxinos afin qu'il puisse participer à mon Jury.

Résumé

La modélisation 3D de structures anatomiques en informatique graphique est réalisée le plus souvent à partir de coupes 2D sériées (imagerie médicale, coupes histologiques). L'objectif de ce travail est de présenter une méthode originale de reconstruction 3D à l'aide de surfaces implicites à squelette.

Pour cela, une étude structurelle des formes discrètes présentes dans chaque plan de coupe est réalisée à travers l'extraction d'un squelette nommé **g-squelette**. Cette méthode est basée sur le calcul préalable de l'axe médian dans une carte de distance définie par des distances de chanfrein. L'axe médian ne préserve pas la topologie de la forme étudiée. À l'aide de la carte de distance la discontinuité de l'axe médian peut être corrigée. Après traitement, le **g-squelette**, ponctuel et d'épaisseur 1 pixel, concentre sous une forme hiérarchisée et réversible les données géométriques et topologiques.

Nous proposons d'utiliser le **g-squelette** pour définir un **i-squelette** qui peut être utilisé comme squelette d'une surface implicite. Une surface de convolution à rayons variables le long de l'**i-squelette** permet de reconstruire le contour initial sans calcul d'optimisation. Un traitement particulier est réalisé sur les rayons d'influence contenus dans l'**i-squelette** pour obtenir une concordance satisfaisante.

La reconstruction 3D à partir de coupes sériées est réalisée par le mélange des potentiels dans l'espace inter-plan. La **fonction de mélange** à partir des potentiels, calculés dans deux plan adjacents, permet d'obtenir une surface continue qui interpole les contours. Cette méthode est validée à travers quelques exemples.

Nous avons développé une application destinée à visualiser, de façon interactive, l'anatomie du cerveau de rat, nommée **NAVIS**, en modélisant les structures anatomiques implicites de façon paramétrique. La modélisation implicite de structures anatomiques a été motivée par les faiblesses des modèles paramétriques que nous avons obtenus. Les modèles paramétriques et les modèles implicites sont comparés.

Table des matières

1	Introduction	13
----------	---------------------	-----------

PARTIE I
REVUE CIBLÉE DE L'EXISTANT

2	Analyse structurelle d'une image 2D	23
2.1	Notions de géométrie discrète	23
2.1.1	Espace de travail	23
2.1.2	Images discrètes (Image vectorielle, bitmap)	25
2.1.3	Notion de topologie discrète	25
2.2	Distances discrètes	27
2.2.1	Distance euclidienne	27
2.2.2	Distances discrètes simples	27
2.2.3	Distances de chanfrein	27
2.3	Carte de distance	28
2.3.1	Définition	29
2.3.2	Algorithme de transformation de distance	29
2.4	Axe médian	31
2.4.1	Squelettisation : principe et définition dans le cas continu	31
2.4.2	Squelette géométrique dans le cas continu	32
2.4.3	Axe médian ou squelette de distance dans le cas discret	33
2.4.4	Extraction de l'axe médian d'une carte de distance	34
3	Surfaces implicites	39
3.1	Introduction	39
3.2	Définition	40
3.3	Principes de l'affichage de surfaces implicites	40
3.3.1	Lancer de rayons direct	40
3.3.2	Approximation polygonale : Facettisation	41
3.4	Surfaces implicites définies par des squelettes ponctuels	41
3.5	Surfaces implicites définies par des squelettes non-ponctuels	43
3.5.1	Les fonctions potentiel	43
3.5.2	Mélanges indésirables	43
3.5.3	Contrôle de la forme	43
3.6	Surface de distance	44

3.7	Surface de convolution	45
3.7.1	Principes et définitions	45
3.7.2	Convolution à rayons variables	46
4	Reconstruction 3D à partir de coupes 2D	49
4.1	L'utilisation de surfaces paramétriques	49
4.1.1	Données de départ : Nuage de points	49
4.1.2	Données de départ : Contours	50
4.2	L'utilisation de surfaces implicites	51
4.2.1	Données de départ : Nuage de points	51
4.2.2	Données de départ : Contours	52

PARTIE II

RECONSTRUCTION PARAMÉTRIQUE

5	Modélisation du cerveau de rat.	61
5.1	Introduction : Atlas stéréotaxique du cerveau de rat	61
5.2	Descriptif du projet et structures anatomiques impliquées	63
5.3	Extraction des contours	66
5.4	Reconstruction 3D paramétrique	67
5.5	Embellissement des modèles reconstruits	68
6	Présentation de NAVIS	71
6.1	La structure générale de NAVIS	71
6.2	Metadata : fichier XML de descriptions	72
6.3	L'atlas digital avec connexions (DAC)	74
6.4	L'interface utilisateur de NAVIS (GUI)	74
6.5	La représentation en 3D des connexions inter-noyaux	74
6.6	Utilisation de NAVIS	75
6.7	Environnement de développement	76
6.8	Contributions et perspectives	76

PARTIE III

RECONSTRUCTION IMPLICITE

7	Calcul du g-squelette	85
7.1	Propriétés du g-squelette	85
7.2	Calcul de la ligne médiane	85
7.2.1	Détection des points selles	86
7.2.2	Propagation des chemins suivant les gradients positifs	87
7.2.3	Remplissage des faux trous	87
7.2.4	Calcul du g-squelette à partir de la ligne médiane	87
7.3	Le g-squelette	88

8	Calcul de l'i-squelette à partir du g-squelette.	91
8.1	Description du processus	91
8.2	Nomenclature utilisée	91
8.3	Embellissement du squelette	91
8.3.1	La suppression des dents	93
8.3.2	La correction des zigzags de longueur 1 pixel	93
8.3.3	La correction des zigzags de longueur supérieure à 1 pixel	93
8.3.4	La suppression des branches de longueur 1 pixel	93
8.3.5	Simplification des terminaisons de branche	94
8.4	Structuration et Polygonisation du squelette	94
8.4.1	La conversion du squelette en branches	95
8.4.2	Le regroupement des branches en arbres	95
8.4.3	Polygonisation des branches	95
8.5	Exemple d'i-squelettes	96
8.6	Reconstruction implicite en 2D à partir de l'i-squelette	97
8.6.1	Étude de réversibilité du processus de squelettisation	97
8.6.2	Le contrôle de rayon des surfaces de convolutions	99
9	Reconstruction implicite en 3D à partir de coupes 2D	103
9.1	Présentation du problème	103
9.2	La fonction de mélange entre deux plans : F	103
9.2.1	Le calcul du premier terme : $F_a(p)$	103
9.2.2	Le calcul du deuxième terme : $F_b(p)$	104
9.2.3	La fonction de mélange $F(p)$ associant $F_a(p)$ et $F_b(p)$	105
9.2.4	Le traitement particulier des plans extrémités	106
9.2.5	Le traitement particulier des squelettes constitués de plusieurs arbres	106
9.3	La fonction de mélange entre quatre plans : lissage	106
9.4	Validations	108
9.4.1	Reconstruction du Pelvis	108
9.4.2	Reconstruction du noyau du nerf vague (10N) du rat	109
10	Conclusion	113

Chapitre 1

Introduction

Le contexte

L'Anatomie humaine est l'étude, par la dissection, des différents constituants de l'organisme à l'état de repos. Les premiers anatomistes, à l'image des sciences de l'époque, entretenaient une anatomie *dogmatique* en privilégiant la transmission de *croyances* à l'expérimentation (Hippocrate, Aristote, Galien, Avicenne)¹. Galien² qui fut l'un des plus grands anatomistes de l'antiquité a divisé l'anatomie en deux sections distinctes : l'anatomie pratique des parties externes d'un côté, et l'anatomie *philosophique* des organes internes de l'autre. Jusqu'à la Renaissance, son œuvre est restée une référence. Au XVIe siècle, André Vésale³ a apporté un revirement complet dans l'approche de l'anatomie en construisant ses connaissances à partir d'une démarche rigoureuse d'observation personnelle. Son discours anatomique s'appuyait sur de véritables dissections démonstratives et sur des illustrations, des planches (dessins colorés, gravures...). Le plus connu de ses ouvrages est "humani corporis fabrica"⁴, les figures 1.1 et 1.2 sont tirées de cet ouvrage. Il a ainsi corrigé de grosses erreurs anatomiques véhiculées de génération en génération depuis l'antiquité. L'exactitude de ses dessins anatomiques et l'application à retranscrire ses observations signent un tournant dans l'histoire de l'anatomie humaine. Le dessin anatomique a suivi cette évolution.

La dissection a été pendant longtemps le seul moyen d'investigation en anatomie. La dissection plan par plan permet de mieux comprendre l'organisation interne des structures et leur fonctionnement. Le dessin anatomique fait ressortir l'essentiel, sans tomber dans la schématisation où les rapports réels sont perdus. La figure 1.3 est un exemple de dessin réalisé au tableau noir pour un cours d'anatomie sur le *appendice vermiforme*. La construction même du dessin est un élément crucial à sa compréhension. La "*Leçon d'anatomie*" est un exercice qui associe à la construction, du ou des dessins, un discours descriptif et didactique. L'enseignement de l'anatomie passe, aujourd'hui, plus que jamais par l'acquisition de cette compétence. L'un des moteurs du travail présenté dans cette thèse est de garder à l'esprit toutes les qualités pédagogiques de ce savoir-faire pour développer à l'aide d'outils modernes une approche similaire. C'est pour cette raison que l'image 2D est au centre de nos investigations et que la modélisation 3D n'est pas la finalité essentielle.

L'anatomiste excelle dans l'art de représenter sur un plan 2D l'organisation 3D de structures complexes et imbriquées. Les éléments sont, initialement, représentés par leurs contours. Ces formes sont ensuite colorées à la recherche d'un effet de volume. Chaque



FIG. 1.1 – *Humani corporis fabrica* page 164.

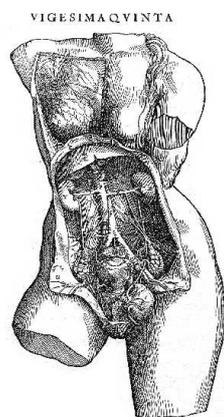


FIG. 1.2 – *Planche de dissection extraite de humani corporis fabrica de Vésale (page 378).*

¹"Histoire de l'anatomie humaine", Michel Sakka, Que sais je?, Presse Universitaires de France, Paris,

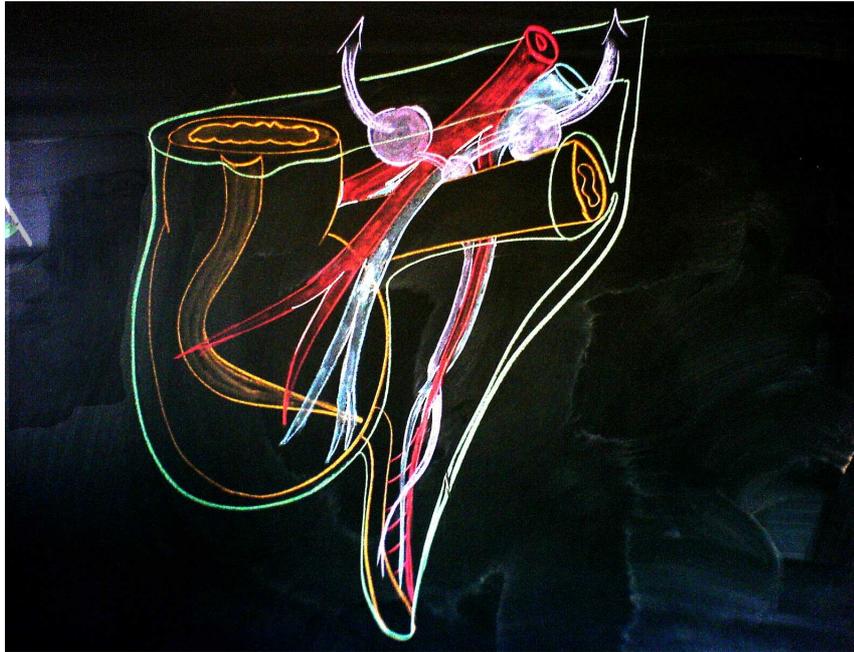


FIG. 1.3 – Dessin anatomique, réalisé au tableau noir, qui représente, sur une vue ventrale, le cæcum et l'appendice vermiciforme. Un processus inflammatoire aigu, au niveau de ce dernier, est à l'origine d'un tableau clinique communément appelé *appendicite aiguë*.

forme ainsi délimitée, est caractérisée par des propriétés géométriques (la taille, la longueur, le diamètre) et des propriétés topologiques (subdivisions, ramifications) qui lui sont propres. Nous proposons, dans ce document, une méthode d'analyse et de traitement de ces propriétés morphologiques. L'approche que nous avons retenue consiste à réduire la forme à un squelette 2D qui contient toutes les informations géométriques et morphologiques de cette dernière. Ce squelette est appelé *squelette géométrique* et est noté ***g-squelette*** dans la suite du document.

La modélisation 2D ou 3D d'objets complexes peut être réalisée soit à l'aide de *surfaces paramétriques* qui définissent dans l'espace la position (par leur coordonnées (x,y,z)) de chacun des polygones qui constituent la surface de l'objet, soit à l'aide de *surfaces implicites* qui définissent un champ d'influence dans l'espace environnant, la surface de l'objet étant définie par une iso-valeur donnée de ce champ. La modélisation de structures anatomiques à l'aide de surfaces implicites à squelette est motivée par plusieurs raisons :

- elles sont idéales pour modéliser des structures lisses et complexes
- leur squelette hiérarchisé permet une approche structurale de la forme
- l'utilisateur peut agir sur la forme de façon intuitive par le biais du squelette
- elles donnent une information en tout point de l'espace environnant. En fonction de la valeur du champ il est possible de se situer par rapport à la surface reconstruite.

1997.

²Claude Galien, né en 128 de l'aire chrétien à Pergame en Asie Mineure.

³Andreas Vasalius Bruxellensis (1514-1584).

⁴Humani Corporis Fabrica, Bâle, Johannes Oporinus, 1543 , 2e éd.en 1555

Cette information est qualitative (en dehors ou en dedans de l'objet) et quantitative (distance par rapport à la surface). Pour les gestes médico-chirurgicaux assistés par ordinateur (GMCAO)¹, ce type de modèle permet de se localiser en tout point de l'espace de travail par rapport aux structures environnantes en calculant l'influence de chaque squelette en ce point.

- leur squelette concentre l'information, ce qui facilite le traitement informatique (manipulation, stockage) des modèles implicites.

Nous proposons, dans cette thèse, d'utiliser le **g-squelette** extrait de la forme comme matériel de départ. Nous proposons donc des méthodes permettant de le transformer en squelette implicite, appelé **i-squelette**, dans la suite du document pour bien le différencier du **g-squelette**.

En anatomie, l'étude des structures internes est souvent réalisée par des coupes parallèles et successives dans un tissu réel. Comme la dissection, ce processus entraîne une destruction irréversible. C'est à l'échelle histologique² que cette approche est la plus contributive. Après coloration (marquage), les coupes peuvent être étudiées séparément et il est ainsi possible de délimiter les structures les unes par rapport aux autres (ce qui est fait manuellement le plus souvent). A partir de ces contours 2D, à travers la lecture de plusieurs plans, la reconstruction de la forme de l'objet en 3D est réalisable. Cette reconstruction 3D est, cependant, rendue délicate par les déformations qu'entraîne, sur chaque tranche de tissu, la coupe elle-même, les manipulations (fixation sur lame) et les techniques de marquage. L'autre difficulté est de *recaler* dans un même référentiel tous les plans de coupes. Nous proposons d'étudier les zones 2D contournées sur ce type d'image, par l'extraction de *g-squelettes* qui contiennent, comme pour les dessins d'anatomie, les données géométriques et topologiques de la structure étudiée. Si cette structure est traversée par plusieurs plans de coupe, une série de squelettes 2D va nous informer sur les contours dans chacun de ces plans. Nous proposons une méthode originale de reconstruction 3D implicite à partir de **g-squelettes** transformés en **i-squelettes** en assurant une continuité de surface entre les plans de coupe.

L'imagerie médicale permet d'explorer finement certaines structures anatomiques internes. Pour des raisons techniques, l'exploration se fait le plus souvent par coupes (virtuelles cette fois). La tomодensitométrie (TDM) et l'imagerie par résonance (IRM) sont d'usage courant en médecine. Dans chaque plan de coupe, en fonction du signal recueilli, différentes structures peuvent être identifiées et éventuellement contournées, soit manuellement, soit automatiquement à l'aide de techniques dédiées dites de *segmentation*. Contrairement aux coupes tissulaires, il n'existe pas de problème de déformation mécanique des tranches ou de problèmes de recalage. En revanche, ces explorations sont limitées par leur résolution. En effet, la meilleure résolution, en imagerie médicale courante, est de l'ordre du millimètre. Les coupes histologiques sont plus informatives sur un plan morphologique. Ce manque de résolution en imagerie médicale rend parfois difficile l'identification des li-

¹Pour une mise au point sur les techniques de modélisation dans le domaine de la GMCAO, je renvoie le lecteur à la revue de Delingette et Ayache [DA04] sur ce sujet.

²L'histologie est l'étude microscopique de la morphologie et de la composition des tissus biologiques (histos = tissu). L'anatomie et l'histologie ont en commun l'étude de la morphologie du corps humain mais à deux échelles différentes.

mites de telle ou telle structure³. Nous avons aussi appliqué l'extraction du **g-squelette** pour le traitement des contours 2D à des coupes issues d'imagerie médicale ainsi que notre méthode de reconstruction 3D implicite.

Les dessins anatomiques, les coupes tissulaires et les coupes en imagerie médicale produisent des images 2D dont le traitement peut être abordé de façon similaire. Les **g-squelettes**, une fois extraits, permettent une approche structurale des formes étudiées. Les applications sont alors multiples : on peut citer par exemple la reconnaissance de forme, la recherche de processus pathologique, la comparaison entre différents sujets, la constitution d'atlas, etc... Une autre application des **g-squelettes** serait de mélanger dans une même représentation les connaissances issues de l'étude tissulaire (les données morphologiques issues de coupes, les données protéiques ou génétiques issues d'investigations biologiques ciblées), les connaissances issues de l'imagerie médicale et les connaissances anatomiques (fruits de dissections antérieures).

Motivations et objectifs

Il est, aujourd'hui, trivial d'obtenir des modèles anatomiques 3D à partir de techniques d'imagerie. Les modèles maillés ainsi obtenus sont souvent agréables à regarder, attirent notre attention, mais présentent, en réalité, peu d'intérêt dans le contexte de l'enseignement de l'anatomie. Il ne représentent, en effet, qu'un organe particulier d'un patient donné, sans fournir de schématisation ni de structuration permettant de passer à un cas plus générique. Le dessin anatomique (sous forme de coupe ou de représentation 3D) est *constitutionnellement* plus accessible à l'esprit humain en terme de représentation mentale et de mémorisation. L'anatomiste filtre les informations morphologiques pertinentes. Cette approche simplificatrice s'associe à la contrainte de dessiner sur une surface 2D. Les **g-squelettes** donnent un accès à la structure même de l'objet représenté.

Le passage de la 2D à la 3D nécessite une approche particulière si l'objectif est d'expliquer et d'enseigner l'anatomie. Nous avons étudié cet aspect à travers un travail applicatif concret dont l'objectif est de modéliser en 3D le cerveau de rat à partir de coupes histologiques où chaque structure anatomique a été contourée manuellement. Le résultat est une application complète nommée NAVIS. Le processus de reconstruction à partir de coupes a été élaboré à l'aide d'outils graphiques existants, classiquement utilisés pour ce type de problème la conception d'une chaîne de traitement adaptée, l'accent est porté sur la mise au point d'une interface graphique mettant en valeur l'articulation entre la représentation en coupe et la représentation 3D des structures.

Nous avons, devant les limites de la méthode précédente, envisagé une approche différente. Nous proposons d'utiliser des surfaces implicites à squelettes pour modéliser les structures en 3D à partir de coupes 2D. Les **i-squelettes** que nous construisons, dans chaque plan de coupe, permettent de générer des surfaces implicites dont le mélange produit une représentation 3D de l'objet étudié. Le calcul de cet **i-squelette** se fait sans aucun processus d'optimisation. Les contours sont régénérés grâce à des surfaces implicites de convolution à rayons variables. Cette méthode a été utilisée sur des données d'imagerie médicale et sur la modélisation du cerveau de rat, pour tenter de pallier aux limites de la

³Le cortex cérébral humain est un bon exemple de ces limites. Les travaux de Jean-françois Mangin [MRC⁺03] abordent précisément ce sujet.

technique présentée dans NAVIS.

Organisation de la thèse

La première partie de la thèse est consacrée à la présentation des outils et méthodes d'informatique graphique sur lesquels repose ce travail. Elle est elle-même subdivisée en trois chapitres. Le premier concerne l'analyse structurelle d'une image 2D. Les techniques présentées passent par la construction d'une *carte de distance* et l'extraction de l'*axe médian*, équivalent direct du *g-squelette*. Le second chapitre présente un état de l'art des techniques de modélisation par surfaces implicites à squelette. L'objectif de ce chapitre est d'expliquer les fondements mathématiques des surfaces implicites en présentant plus particulièrement les surfaces de convolution à rayon variable. La troisième et dernière sous-partie concerne les techniques existantes de reconstruction 3D à partir de coupes 2D. Il ne s'agit pas, ici, d'une revue exhaustive de toutes les techniques, mais d'un parcours ciblé nous permettant d'introduire les méthodes de reconstruction à l'aide de surfaces implicites.

La deuxième partie présente le travail réalisé pour la mise au point de l'application NAVIS. Cette application, dédiée à la visualisation 3D du cerveau de rat, a été complètement développée au cours de ma thèse et constitue aujourd'hui un outil fonctionnel. La démarche suivie pour modéliser les structures en 3D, à partir d'un atlas 2D existant, dessiné à la main, est présentée et commentée. L'interface utilisateur est aussi décrite car elle s'inscrit dans la volonté de garder le lien entre le 2D et la 3D. Enfin, les limites de cette approche sont mises en évidence.

La troisième partie est consacrée à la reconstruction implicite en 2D (contours) et en 3D (objet modélisé). La transformation des **g-squelettes** obtenus par des calculs d'axe médian, en **i-squelettes** est décrite en détail. Puis, le calcul de la surface de convolution à rayons variables sur les **i-squelettes** est explicité et illustré. La surface implicite ainsi reconstruite est comparée au contour initial. Enfin, le passage à la 3D est présenté. La modélisation 3D est basée sur une fonction de mélange inter-plans qui est déclinée sous plusieurs formes. Cette troisième partie s'achève par des exemples d'application en neuroanatomie et en imagerie. Les résultats obtenus sont comparés aux modèles obtenus avec NAVIS.

Première partie

Revue ciblée de l'existant

Cette partie, qui ne prétend pas constituer un état de l'art classique, a pour objectif de situer ce travail par rapport aux travaux déjà existants sur ce sujet et de mettre en place les notions et les outils utilisés dans la suite du document.

Le chapitre 2 est consacré à l'analyse structurelle d'une image 2D. La finalité de ce chapitre est de présenter les travaux relatifs au calcul de la carte de distance et à l'extraction de l'axe médian à partir d'une image vectorielle (*bitmap*). Le chapitre 3 est consacré aux surfaces implicites à squelettes en portant un intérêt plus particulier aux surfaces de convolution à rayons variables. L'exposé n'est pas exhaustif, mais traverse les différents types de surfaces implicites pour se focaliser sur le type de surfaces et de squelettes (i-squelettes) que nous avons choisi d'utiliser. Le chapitre 4, qui termine cette revue, est consacré aux méthodes existantes de reconstruction 3D à partir d'une série de contours 2D, les méthodes utilisant des surfaces implicites étant analysées plus en détail.

Après la lecture de cette partie de la thèse, le lecteur aura une idée précise sur l'axe médian, les surfaces de convolution et sur l'état de l'art de la reconstruction 3D à partir de coupes 2D à l'aide de surfaces implicites.

Chapitre 2

Analyse structurelle d'une image 2D

On entend par image 2D une image vectorielle¹ ou *bitmap*. En analyse et synthèse d'image, ainsi qu'en modélisation géométrique, l'**axe médian** (AM) fournit une représentation de haut niveau permettant de décrire, de décomposer hiérarchiquement et de reconnaître les objets. Le g-squelette que nous proposons d'extraire d'une forme dérive de l'AM. Il conserve les mêmes propriétés mais contrairement à l'AM son caractère continu préserve les propriétés topologiques de la forme². La transformation qui à une forme associe son AM requiert des calculs de distances qui sont spécifiques de l'espace de travail. L'AM se calcule dans un espace continu en utilisant des distances euclidiennes. Dans un espace discret, la notion de distance euclidienne n'est pas directement applicable. Nous avons retenu les **distances de chanfrein**, qui permettent un calcul rapide dans un espace discret (carte de distance) et constitue une bonne approximation de la distance euclidienne.

Nous allons présenter dans ce chapitre, les distances de chanfrein, la carte de distance et l'axe médian défini par ce type de distance.

2.1 Notions de géométrie discrète

2.1.1 Espace de travail

L'analyse d'image par ordinateur impose de travailler sur un support fini avec des données discrètes dont l'unité élémentaire est le *pixel*³. L'agencement des pixels entre eux, dans le support, constitue ce que l'on nomme un *pavage*. C'est le pavage carré qui est utilisé en informatique graphique.

En plaçant un point au centre de chaque pavé et en connectant par une ligne ceux parmi ces points dont les pavés ont un côté ou un sommet en commun, on obtient un *maillage*. Le *pavage* carré donne un *maillage* carré. Le *pavage* triangulaire donne un *maillage* hexagonal et vice versa (fig. 2.2) [CM91].

¹L'image matricielle est un format de données qui se compose d'un tableau de pixels ou de points de couleur qui peut se visualiser sur un moniteur d'ordinateur ou une feuille de papier.

²Transformation dite homotope.

³Le pixel peut être défini comme une tache lumineuse élémentaire.

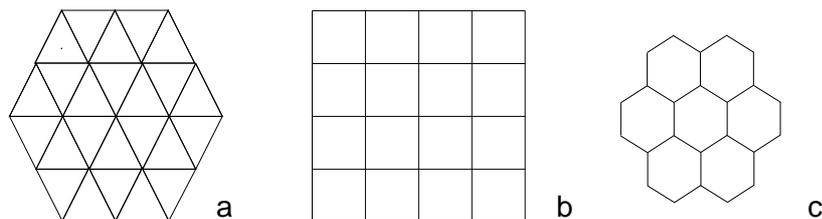


FIG. 2.1 - Pavage triangulaire (a), carré (b) et hexagonal (c)

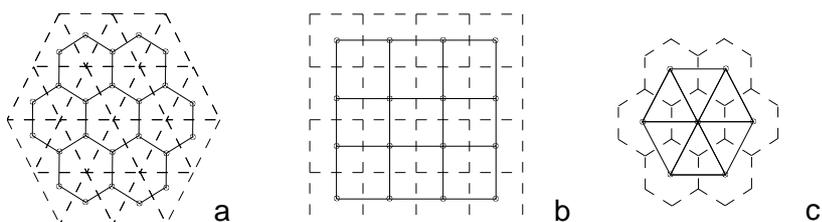


FIG. 2.2 - Maillage carré (a), hexagonal (b) et triangulaire (c)

Dans un maillage carré chaque pixel a 8 voisins (ou adjacents), dans un maillage hexagonal chaque pixel a 6 voisins, dans un maillage triangulaire chaque pixel a 12 voisins. Le maillage hexagonal, qui présente la topologie la plus simple (6 voisins), se rapproche le plus de la disposition anatomique des cellules photo réceptrices au niveau de la rétine et c'est le maillage qui se prête le mieux à la modélisation de phénomènes naturels (exemple : liquide des fluides). Enfin, il s'agit du maillage utilisé par les écrans de télévision. Le maillage carré est le plus commun, en particulier dans le domaine de l'imagerie médicale. Les écrans d'ordinateur l'utilisent aussi.

Comme nous venons de le voir, les centres des pavés sont des points discrets correspondant aux pixels. Pour le maillage carré, deux axes orthogonaux permettent de définir des coordonnées pour chaque pixel en utilisant des valeurs entières. De même pour le maillage hexagonal si l'on utilise deux axes formant un angle de 60° ou de 120° . De par cette propriété, ces deux maillages forment ce que l'on nomme un *réseau*. Un système de coordonnées à deux axes permet d'affecter à chaque pixel deux valeurs entières. Chaque pixel peut donc être défini par un couple (i, j) d'entiers. L'ensemble des pixels ainsi définis correspond à \mathbb{Z}^2 . Le maillage carré correspond au réseau fondamental de \mathbb{Z}^2 .

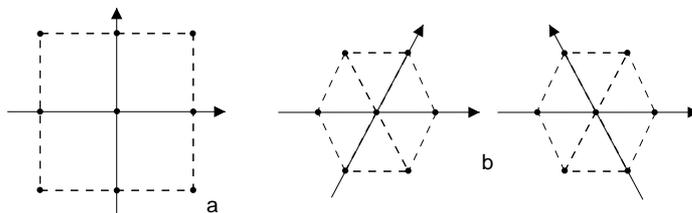


FIG. 2.3 - Réseau carré (a), Réseau hexagonal (b)

Notre espace de travail sur nos données 2D sera le plan \mathbb{Z}^2 et le maillage carré.

2.1.2 Images discrètes (Image vectorielle, bitmap)

Définition 1 Une image I bidimensionnelle est une paire (S, f_s) où S est le support de l'image et f_s la fonction définie sur S et dont la valeur est incluse dans l'ensemble $f_s(S) = [0, a]$ appelée intensité de niveaux de gris de l'image. L'image est dite discrète si S est une partie de \mathbb{Z}^n et elle est dite binaire si $f_s = \{0, 1\}$.

Soit $I = (S, f_s)$ une image discrète binaire bidimensionnelle. Les composants élémentaires du support sont appelés *pixels*. On définit les objets de l'image $\mathfrak{U}(I)$ comme étant l'ensemble des pixels P tel que $f_s(P) = 1$ et le fond de l'image $\mathfrak{N}(I)$ comme étant l'ensemble des pixels de P tel que $f_s(P) = 0$ [KR85, CM91]. Un *objet* ou une *forme* sont définis comme un ensemble de pixels connexes P tel que $f_s(P) = 1$.

Une image I bidimensionnelle discrète binaire de taille $N \times M$ dont la valeur est incluse dans $[0,1]$ est codée par une matrice d'entiers de même taille. Un pixel de l'image est défini par ses coordonnées cartésiennes (abscisse, ordonnée). La figure 2.4 suivante représente une image discrète contenant un objet unique et sa matrice correspondante. En informatique graphique la matrice est enregistrée dans un fichier, on parle alors d'image matricielle ou *bitmap*.

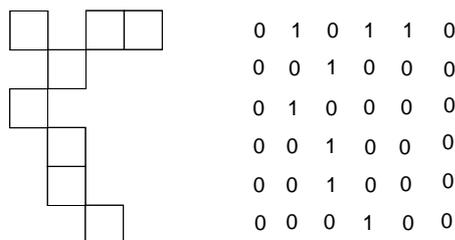


FIG. 2.4 – Représentation d'une image discrète

Nous allons voir que l'étude d'une image matricielle impose une analyse du voisinage de chaque pixel et un vocabulaire spécifique en fonction du type de connexion qui les associe les uns aux autres.

2.1.3 Notion de topologie discrète

Un pixel dans une image matricielle 2D présente 8 pixels qui lui sont connectés, soit par un bord qu'il partage (4 pixels) ou un angle en commun (4 pixels). Ces pixels, dits connexes, forment ce que l'on nomme le voisinage du pixel. Un pixel P a 4 voisins directs (bord à bord) et 4 voisins indirects (angle partagé).

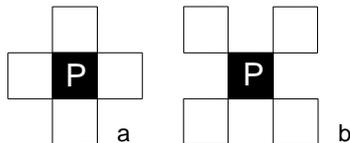


FIG. 2.5 – Voisins directs (a) et indirects (b)

Les définitions suivantes impliquent un ensemble de pixels connexes qui par leur type de voisinage génèrent des ensemble remarquables (chemin, arc et courbe).

Définition 2 (Voisinage) L'ensemble des voisins directs est défini comme le 4-voisinage. L'ensemble des voisins directs et indirects est défini comme le 8-voisinage.

Définition 3 (Chemin) Un chemin de p_0 à p_k est une suite de points p_0, p_1, \dots, p_k tel que p_i est voisin de p_{i-1} pour $1 \leq i \leq k$. On dit que le chemin est 4-connexé ou 8-connexé selon le type de voisinage.

Définition 4 (Arc) Un arc est un chemin tel que chaque point a exactement 2 voisins, sauf les extrémités qui n'en ont qu'un.

Définition 5 (Courbe) Une courbe est un arc fermé.

Nombre de connexités

L'étude du voisinage d'un pixel est fondamentale pour l'extraction et le traitement des g-squelettes (en particulier pour leur transformation en i-squelette). Les calculs suivants permettent une analyse fine des pixels voisins. Le voisinage d'un pixel peut former des *composantes* 4 ou 8-connexes. Il s'agit d'ensemble de voisins connectés entre eux de façon 4 ou 8-connexé.

Soit $B = \{b_i \in [0, 1], i = 0..7\}$ l'ensemble des points constituant le 8-voisinage de p :

$$\begin{array}{ccc} b_3 & b_2 & b_1 \\ b_4 & p & b_0 \\ b_5 & b_6 & b_7 \end{array}$$

et soit $\bar{b}_i = 1 - b_i$.

Le 'crossing number' X_4 est le nombre de chemins 4-connexes dans B [Rut66]

$$X_4(B) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^7 |b_{k+1} - b_k| \quad (2.1)$$

Le 'connectivity number' C_4 est le nombre de chemins 8-connexes dans [YTF75]

$$C_4(B) = b_0 b_2 b_4 b_6 + \sum_{k=0}^3 (\bar{b}_{2k} - \bar{b}_{2k} \bar{b}_{2k+1} \bar{b}_{2k+2}) \quad (2.2)$$

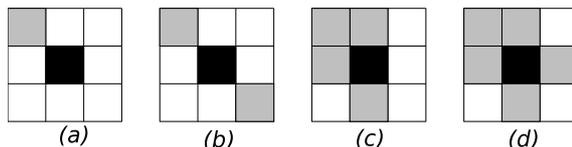


FIG. 2.6 – Nombre de connexités : le pixel noir au centre est le pixel étudié, les pixels gris ont pour valeur 1 les autres ont pour valeur 0. (a) $X_4 = 1$ et $C_4 = 1$, (b) $X_4 = 2$ et $C_4 = 2$, (c) $X_4 = 2$ et $C_4 = 1$ et (d) $X_4 = 3$ et $C_4 = 1$.

2.2 Distances discrètes

Soient $P(x_p, y_p)$ et $Q(x_q, y_q)$ deux points de \mathbb{Z}^2 .

2.2.1 Distance euclidienne

La distance euclidienne

$$d_E(P, Q) = \sqrt{|x_p - x_q|^2 + |y_p - y_q|^2} \quad (2.3)$$

n'a pas d'équivalent en discret car elle ne fournit pas de résultats entiers (de \mathbb{Z}^2 dans \mathbb{R}).

2.2.2 Distances discrètes simples

Les premières distances discrètes à avoir été employées sont d_4 et d_8 , car elles sont simples à calculer mais approximent très mal la distance euclidienne.

Dans la littérature d_4 porte différents noms : *Mahattan*, *city block*, *grid distance* [Ros81].

- d_4 :

$$d_4(P, Q) = |x_p - x_q| + |y_p - y_q| \quad (2.4)$$

La boule discrète unitaire associée à d_4 est représentée figure 2.7 (a) et définie par :

$$B_4(P, 1) = \{Q \in \mathbb{Z}^2 \mid d_4(P, Q) \leq 1\}$$

Dans la littérature d_8 porte différents noms : *lattice-point*, *chessboard*, *diamond*.

- d_8 :

$$d_8(P, Q) = \max(|x_p - x_q|, |y_p - y_q|) \quad (2.5)$$

La boule discrète unitaire associée à d_8 est représentée figure 2.7 (b) et définie par :

$$B_8(P, 1) = \{Q \in \mathbb{Z}^2 \mid d_8(P, Q) \leq 1\}$$

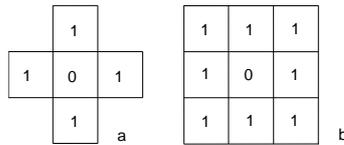
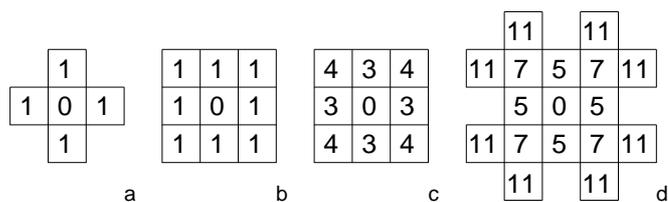


FIG. 2.7 - Disque unité de d_4 (a) et d_8 (b)

2.2.3 Distances de chanfrein

Le principe des distances de chanfrein, notées d_C , est donc de pondérer les déplacements dans un voisinage donné par des entiers. L'ensemble des pondérations affectées aux déplacements autorisés est appelé masque (figure 2.8). La distance entre deux points correspond au coût du chemin de coût minimal les rejoignant (chemin composé de déplacements autorisés par le masque). Ces distances donne une bonne approximation de d_E (en fonction du masque choisi) avec un coût de calcul faible.

FIG. 2.8 – Masques d_4 , d_8 , $d_{3,4}$, $d_{5,7,11}$

La définition de d_4 (équation 2.4) et d_8 (équation 2.5) revient à associer un coût de 1 aux déplacements (direct uniquement pour d_4 , direct et indirect pour d_8). Il semble naturel de donner des poids plus significatifs pour les déplacements indirects avec $(1, \sqrt{2})$. Montanari [Mon68] dans la même idée, et pour réduire l'erreur par rapport à d_E , propose d'explorer un voisinage plus important avec $(1, \sqrt{2}, \sqrt{5})$. Comme ces distances ne sont pas entières, Hilditch a le premier proposé d'utiliser les poids $(2, 3)$, ce qui revient à approcher $(1, \sqrt{2})$ par $(1, \frac{3}{2})$. Bogefors préconise et justifie l'approximation de $(1, \sqrt{2})$ par $(1, \frac{3}{2})$ et celle de $(1, \sqrt{2}, \sqrt{5})$ par $(1, \frac{7}{5}, \frac{11}{5})$ [Bor84, Bor86b]. Les distances résultantes sont le chanfrein(3,4) et le chanfrein (5,7,11), notées $d_{3,4}$ et $d_{5,7,11}$ (cf figure 2.8). Le choix des pondérations et

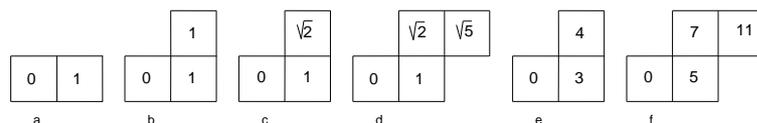


FIG. 2.9 – Coûts (pondérations) des déplacements possibles

de leur emplacement est primordial afin d'obtenir une bonne approximation de la distance euclidienne (d_E). La pertinence de ces distances réside dans l'efficacité des algorithmes de calcul d'image de distance appelé transformation de distance, développé au paragraphe suivant. Le taux d'erreur relatif à la d_E est de 41% pour d_4 . Ce taux chute à 2,5% pour le chanfrein $d_{5,7,11}$ [Thi94].

Les distances de chanfrein ne sont pas les seules utilisées dans un espace discret. On retrouve ainsi dans la littérature (a) les distances euclidiennes adaptées au discret [Rag89, Rag90b, Rag90a, PL00] et (b) les distances octogonales [Ros86, DC90, Rag92]. Ce sont ces dernières qui donnent le meilleur *compromis* entre approximation de d_E et complexité de calcul.

A l'aide d'un masque de chanfrein il est possible de propager la distance locale à un pixel à partir de son voisinage proche. Cela permet la construction d'une image de distance présentée dans le paragraphe suivant.

2.3 Carte de distance

Le calcul d'une carte de distance (DM^1) est le premier pas vers une analyse du contenu de l'image. Le principe est d'affecter à chaque pixel de l'objet étudié sa distance au bord. Ce calcul est basé sur l'algorithme de transformation de distance qui propage les distances

¹Distance Map.

de pixel en pixel en fonction du poids de ses voisins proches (les 8-voisins). Les distances de chanfrein prennent ici tout leur intérêt (et justifient leur utilisation), le masque choisi va limiter les déplacements possibles et donner un poids pour chacun.

2.3.1 Définition

Définition 6 (Carte de distance (Distance Map)) *Étant donné un ensemble X dans un espace métrique (\mathbb{E}, d) , on appelle carte (ou image) de distance la carte notée DM_X telle que la valeur attribuée en tout point p est égale à la distance de p au complémentaire de X :*

$$DM_X \begin{cases} \mathbb{E} & \longrightarrow \mathbb{N} \\ p & \longrightarrow d(p, \bar{X}) = \inf\{d(p, q), q \in \bar{X}\} \end{cases}$$

Les distances discrètes décrites au paragraphe précédent peuvent être utilisées pour le calcul des cartes de distance.

La figure 2.10 montre deux cartes de distance avec d_4 et d_8 . Ces deux cartes présentent des courbes de niveaux caractéristiques.

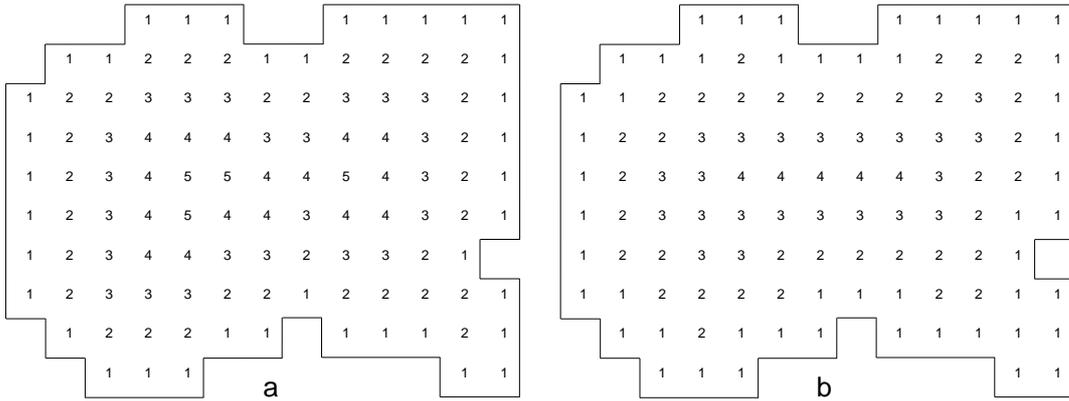


FIG. 2.10 – DM avec d_4 (a) et d_8 (b)

Il existe de nombreuses applications dans le traitement d'image, en dehors de celle présentée dans ce document, pour les cartes de distance. On retient entre autres, la mise en correspondance [BTBW77, Bor86a], le lissage, la fusion, l'interpolation [Pag92], la morphologie [Nac94]. En effet, l'information de distance extraite à partir de l'image binaire structure l'image et permet un travail informatique plus élaboré.

2.3.2 Algorithme de transformation de distance

Une transformation de distance convertit une image binaire en carte de distance DM. Comme les distances de chanfrein sont basées sur la propagation de distances locales il est possible de restreindre les calculs à de petits voisinages. On peut ainsi balayer l'image et propager les distances. Ce procédé est nettement moins coûteux qu'une méthode exhaustive, qui pour chaque point teste toute l'image. En effet, le calcul serait rendu beaucoup plus lent et fonction de la taille de l'image si pour chaque pixel la trajectoire la plus courte

pour atteindre le bord était recherché. Ici, l'information de distance au bord se propage de pixel en pixel.

L'algorithme le plus utilisé est celui de 'Rosenfeld' [Ros66] car il ne requiert que deux passages à travers l'image. Le masque de chanfrein est décomposé en deux demi-masques symétriques par rapport à 0 (figure 2.11) :

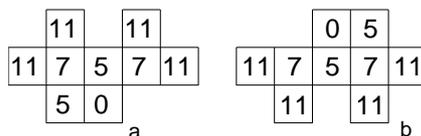


FIG. 2.11 – Masques séquentiels (a) avant et (b) arrière de $d_{5,7,11}$

Deux balayages de l'image sont nécessaires pour convertir l'image en carte de distance. Le demi-masque avant contient les points antérieurs au milieu O dans le sens du balayage. Ces points sont définis par leurs coordonnées dont l'origine est centrée au milieu 0, notées (x_i, y_i) et leur poids respectif noté w_i . Le demi-masque arrière est donc constitué du même nombre de points avec les coordonnées $(-x_i, -y_i)$ et les poids w_i .

Le premier passage à l'aide du masque séquentiel avant est réalisé de haut en bas et de gauche à droite :

$$A[x, y] = \min\{A[x + x_i, y + y_i] + w_i\}$$

Le deuxième passage à l'aide du masque séquentiel arrière est réalisé de bas en haut et de droite à gauche :

$$A[x, y] = \min\{A[x, y], A[x - x_i, y - y_i] + w_i\}$$

Cet algorithme est efficace car il ne nécessite que deux passages par point de l'image. La figure 2.12 illustre ce processus avec une image binaire initiale et une image de distance après double balayage.

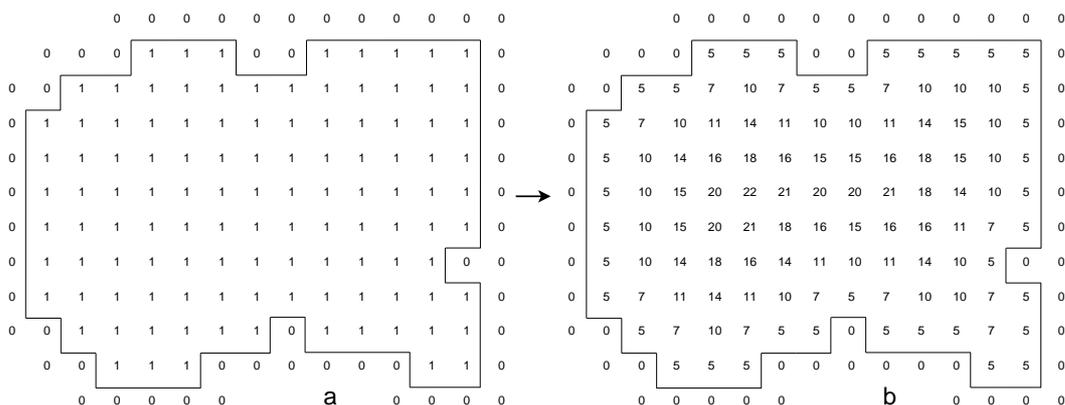


FIG. 2.12 – Genèse d'une image de distance avec le chanfrein $d_{5,7,11}$

Les boules de d_4 et d_8 ne sont pas circulaires d'où une anisotropie et une non-invariance à la rotation. De plus, les valeurs obtenues sont sensiblement différentes de celles associées à d_E . Pour les distances de chanfrein en revanche la transformation reste invariante à la rotation, avec le chanfrein $d_{5,7,11}$ la d_E est bien approximée et le calcul de transformation

de distance reste simple. C'est pour ces raisons (et d'autres relatives à l'extraction du squelette pondéré) que nous utiliserons cette distance de chanfrein pour le calcul des cartes de distance dans toute la suite du document.

La partie suivante présente l'AM et le calcul de son extraction à partir d'une carte de distances de chanfrein. Il s'agit de la première étape du processus de squelettisation qui au final produit un g-squelette.

2.4 Axe médian

2.4.1 Squelettisation : principe et définition dans le cas continu

En imagerie numérique, la réduction d'une forme en un ensemble de courbes constitue ce que l'on nomme la squelettisation. Il s'agit d'une compression des informations topologiques et géométriques qui caractérisent la forme au centre de cette dernière. La notion de squelette d'un objet est apparue dans [Blu67]. Une analogie, dans un espace continu, est faite avec un feu de prairie (cf définition 7). La figure 2.14 illustre, pour quelques formes simples, le squelette correspondant.

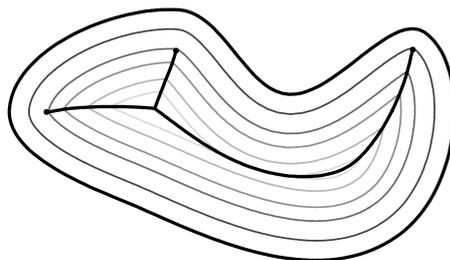


FIG. 2.13 – Squelettisation, analogie feu de prairie d'après [AM97].

Définition 7 (Squelette : analogie du feu de prairie (Harry Blum)) Soit une prairie couverte de façon homogène d'herbe sèche. Au départ tous les points qui constituent le contour sont enflammés simultanément. Le feu se propage de manière homogène et à vitesse constante. Le squelette est défini comme le lieu où les fronts enflammés se sont rencontrés.

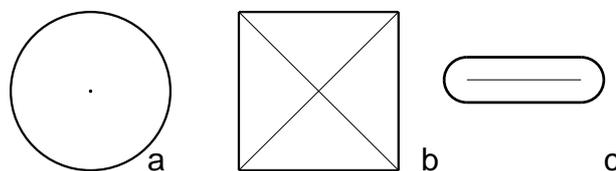


FIG. 2.14 – Formes simples et leur squelette respectif

Le squelette d'un objet, comme on peut le constater dans la figure précédente, et tel qu'il est défini par Blum, est une représentation simplifiée de celui-ci. Il est formé de lignes sans épaisseur, il est centré dans l'objet, et a la même forme et topologie que celle-ci.

2.4.2 Squelette géométrique dans le cas continu

La notion et le terme de *squelette géométrique* dans le cas continu a été introduit par [FCA97]. Dans un plan euclidien, la définition du squelette géométrique nécessite de définir préalablement la notion de *boule maximale*.

Définition 8 (Boule maximale) *Une boule est dite maximale dans la forme si elle n'est incluse dans aucune autre boule. En revanche une boule peut être incluse dans l'union de plusieurs autres boules.*

Ainsi la définition du squelette géométrique peut être exprimé de la façon suivante :

Définition 9 (Squelette géométrique) *Le squelette géométrique est le lieu des centres des boules maximales dans la forme.*

La description de l'objet peut se faire entièrement à travers celle de son squelette géométrique¹. On obtient ainsi une représentation synthétique de l'objet sous forme d'un graphe de courbe qui contient les propriétés topologiques de la forme. Dans le plan, le squelette géométrique est un graphe formé de courbes, chaque courbe étant associée à une région de la forme. Les informations géométriques, quant à elles, sont contenues dans les distances au bord des points qui constituent le squelette.

Il existe plusieurs définitions de l'axe médian mais seule cette définition est applicable à l'espace discret comme nous le verrons plus loin. A titre d'illustration, la figure 2.15 montre le squelette géométrique d'une forme quelconque dans le cas continu.

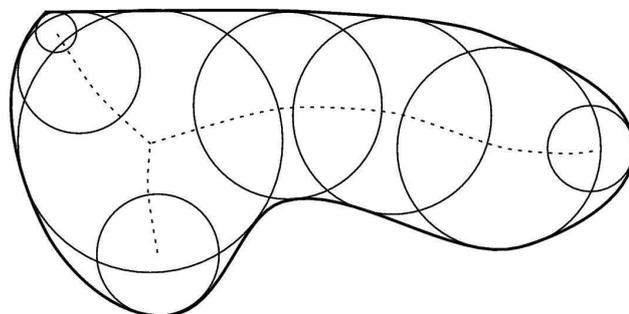


FIG. 2.15 – *Squelette géométrique : le trait continu constitue les contours de la forme, les traits en pointillés correspondent à l'axe médian, un certain nombre de disques maximums sont représentés d'après [Thi94].*

Les propriétés du squelette géométrique dans un espace continu sont les suivantes :

- il est unique
- il est formé de lignes sans épaisseur
- il est centré dans l'objet
- il est invariant par transformation linéaire : translation, rotation et changement d'échelle
- il a la même topologie que l'objet (transformation homotopique)

¹à condition de conserver la distance au bord pour chacun des points qui le constitue.

- il fournit une description hiérarchique de la forme : les points du squelette distants du bord décrivent l'aspect global de la forme alors que les points proches du bord décrivent les détails du contour.
- l'objet d'origine peut être retrouvé à partir de l'axe médian (réversibilité)

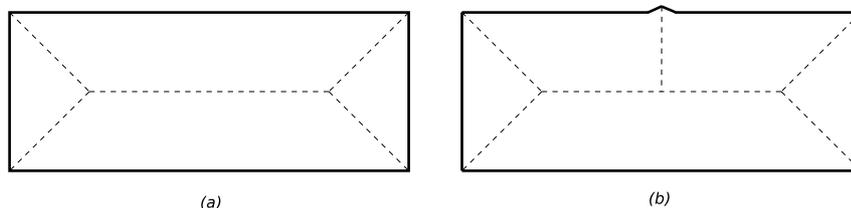


FIG. 2.16 – Nouvelle branche générée par une irrégularité du contour.

A noter que ce type de squelette n'est pas stable. Une aspérité du contour, aussi petite soit-elle, peut conduire à la création d'une nouvelle branche du squelette (cf figure 2.16).

2.4.3 Axe médian ou squelette de distance dans le cas discret

Dans un espace discret, l'axe médian (AM) représente la même entité que le squelette géométrique défini dans le paragraphe précédent dans le cas continu¹. La définition 9 du squelette géométrique donnée dans le cas continu est valable aussi dans un espace discret. En revanche, comme nous allons le voir, un certain nombre de propriétés sont perdues. Pfatz et Rosenfeld ont défini l'axe médian en terme de 'voisinages maximaux' dans l'espace discret [PR67] en reprenant telle quelle la définition 9.

Un exemple d'axe médian dans un espace discret est présenté dans la figure suivante pour une forme simple.

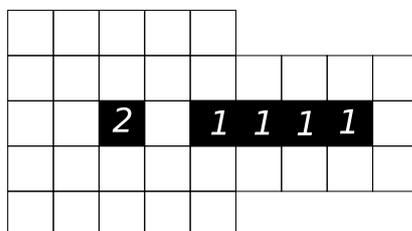


FIG. 2.17 – Exemple d'axe médian dans un espace discret avec la distance d_8 . Le squelette est constitué de 5 points, un dont la distance discrète au bord est 2 et quatre connexes dont la distance discrète au bord est 1. On constate que chaque point du squelette est bien le centre d'une boule maximale dans la forme. D'autre part l'axe médian n'est pas continu.

L'utilisation des distances de chanfrein est à l'origine des différences entre l'axe médian dans un espace continu et un espace discret. La cause est simple : le cercle correspondant à une distance de chanfrein est un polygone. La topologie n'est donc pas conservée lors du processus de squelettisation, dans le cas discret si les distances de chanfrein sont utilisées. Une autre approche pour construire le squelette d'une figure discrète existe pour éviter ce problème. Il s'agit d'un processus d'amincissement progressif de l'objet obtenu en rognant

¹Le terme d'axe médian est parfois utilisé de façon indifférente dans le cas continu ou discret. Nous préférons conserver le terme d'axe médian au cas discret.

de façon récursive son bord [LLS92]. La figure 2.18 illustre ce processus qui en deux passages définit un squelette de topologie identique à l'objet. L'information topologique est conservée avec ce type de squelette mais les données géométriques (distances au bord) ne sont pas facilement calculées.

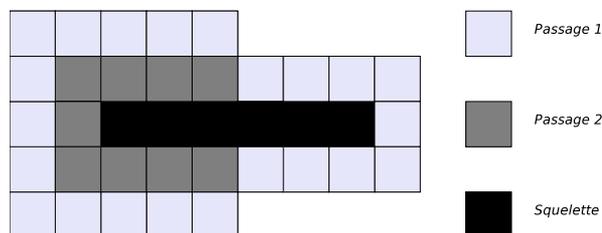


FIG. 2.18 – Squelette obtenu après amincissement progressif de l'objet. 2 passages sont nécessaires pour cet objet.

L'utilisation des distance de chanfrein se justifie, dans le cas discret, par l'algorithme de transformation de distance présenté section 2.3.2 qui propage la distance au bord pour tous les pixels de l'objet étudié. D'autre part, le calcul du squelette est exact. Nous allons voir qu'il est possible à partir de l'AM discret de reconstruire un squelette homotope à l'objet [SdBT94].

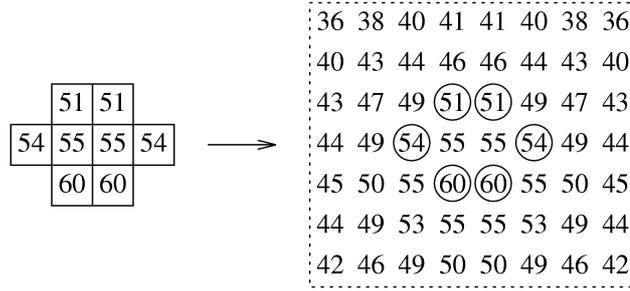
Les propriétés de l'axe médian défini à l'aide de distances de chanfrein sont les suivantes :

- **Unicité** : l'axe médian d'une forme est unique.
- **Réversibilité** : Pour retrouver la forme initiale, il suffit de régénérer les disques (en 2D) connaissant leur centre et leur rayon (algorithme de transformation inverse de distance).
- **Non-minimalité** : dans la définition de l'axe médian, une boule maximale n'est incluse dans aucune autre, mais peut être incluse dans l'union de plusieurs autres. Ainsi, le nombre de points minimaux assurant la réversibilité est souvent inférieur au nombre de points constituant l'axe médian. Par exemple dans la figure 2.20 page 36, la boule de rayon 9 est incluse dans la somme des boules de rayon 6 qui l'encerclent.
- **Déconnexion** : les centres qui constituent l'axe médian ne sont pas obligatoirement connexes. Cette propriété de l'axe médian se nomme la déconnexion. Ce qui distingue l'axe médian discret des squelettes continus définis par Blum [Blu67]. L'axe médian ne respecte donc pas l'homotopie¹ de l'objet.
- Description hiérarchique de la forme : les points de l'axe médian qui sont éloignés des contours décrivent l'aspect global de la forme alors que les points de l'axe médian proches des contours décrivent les petites variations locales de ce dernier.
- **Épaisseur** : l'axe médian peut comporter localement une certaine épaisseur. Cette épaisseur est limitée et ne dépasse jamais un bloc 3 x 3.
- **Trous** : l'axe médian peut présenter exceptionnellement des trous (voir figure 2.19).

2.4.4 Extraction de l'axe médian d'une carte de distance

Nous avons vu dans la section 2.3, comment obtenir une carte de distance d'une image discrète. Cette première analyse de l'image affecte à chaque pixel de l'objet sa distance

¹Une transformation est dite homotopique si elle préserve les propriétés topologiques de la forme.

FIG. 2.19 – Trou dans l'axe médian avec $d_{5,7,11}$ d'après [Thi94]

(distance discrète de chanfrein) au bord. La recherche des boules maximales dans la forme (cf définition de l'AM section 2.4.3) est réalisée à partir de la carte de distance. La recherche des maximums locaux est simple dans une carte de distance. Malheureusement pour le masque de chanfrein que nous utilisons ($d_{5,7,11}$) des centres de boules non maximales sont inclus à tort par la simple recherche des maximums locaux. Edouerd Thiel propose dans sa thèse [Thi94] de référer à une table précalculée qui permet de ne pas sélectionner les centres de boules non-maximales identifiées comme maximum locaux.

Maxima locaux

Définition Dans une carte de distance chaque point p reçoit l'information de distance de l'un au moins de ses voisins $n_i(p)$. On entend par voisin de p un point du masque une fois le masque centré sur p . De même, le point p peut propager l'information de distance à certains voisins, qui sont plus internes dans l'objet que lui. Lorsqu'une telle propagation a lieu de p à un voisin $n_i(p)$, alors la distance au bord ou poids de $n_i(p)$ noté $d(n_i(p))$ est égale au poids de p noté $d(p)$ plus le coût à payer (en fonction du masque de chanfrein) pour aller de p à $n_i(p)$ noté w_i . Cela donne l'égalité suivante : $d(n_i(p)) = d(p) + w_i$.

La définition d'un maximum local est la suivante : On appelle maximum local un point p qui ne propage l'information de distance à aucun de ses voisins :

$$\forall i, d(n_i(p)) < d(p) + w_i$$

Un maximum local peut avoir des voisins plus grands que lui, mais ils reçoivent leur poids depuis d'autres points (plus petits que p). Pour d_4 et d_8 les maxima locaux coïncident exactement avec l'axe médian [Ros66]. L'extraction de l'axe médian se fait donc simplement. On définit un *Critère de Centre Maximal* noté CCM, qui sélectionne tous les maxima locaux de DM. Ainsi l'ensemble des points de l'objet qui répondent au CCM constituent l'axe médian de l'objet.

Malheureusement, le CCM n'est plus exact dès que le coût d'un déplacement 4-connexe par rapport à p est différent de 1 (ce qui est le cas avec le masque $d_{5,7,11}$), car il peut sélectionner en plus de l'AM, des centres de boules non maximales. Ces points erronés sont appelés points redondants. Comme on peut le voir, à titre d'exemple, dans la figure 2.20, toutes les boules de rayons 3 et certaines boules de rayon 6 sont complètement recouvertes par des boules voisines.

Nous allons présenter dans la section suivante comment extraire l'axe médian en mettant de côté les points redondants.

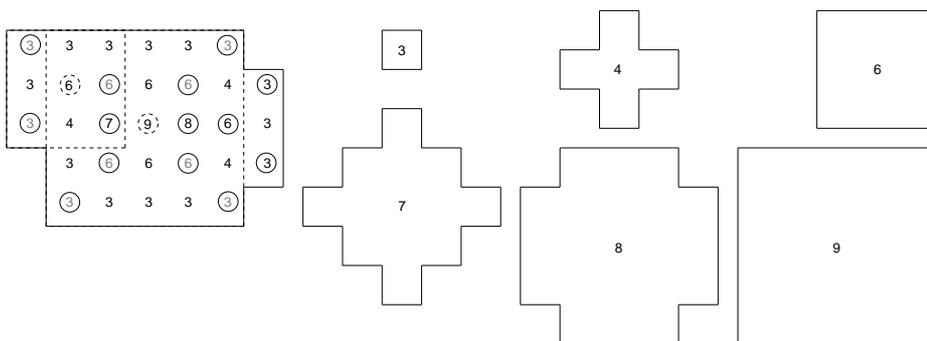


FIG. 2.20 – DM et AM inexact pour $d_{3,4}$ et l'allure des boules. Les points cerclés sont tous des maximums locaux. Si on s'intéresse aux points cerclés en pointillés avec leur boule d'influence tracée en pointillées lorsqu'elle ne se superpose pas au bord, on constate que les points dont le poids est inscrit en gris clair sont inclus dans ces boules plus volumineuses. Ces points sont redondants et doivent donc être supprimés de l'axe médian.

Tables de correspondance

Les corrections à apporter au critère LMC sont mémorisées une fois pour toute dans des tables notées LUT (Look-Up Tables).

Principe Considérons un masque de chanfrein définissant une distance d_C et une image de distance calculée sur un objet X . On peut déterminer si un point $p \in X$ est un centre maximal, en recherchant dans son voisinage de pondération $n_i(p)$ s'il existe un point $q \in X$, dont le disque recouvre complètement celui de p . Supposons que pour toute valeur de p , on connaisse les valeurs minimales de ses voisins q , que l'on stocke dans $LUT_i(p)$. Alors les conditions de sélection des points de l'axe médian peuvent donc s'écrire :

$$p \in AM \iff \forall i, d(n_i(p)) < LUT_i(d(p))$$

Le calcul de ces tables est détaillé dans [Thi94]. Nous donnons ce tableau, obtenu avec le masque de chanfrein $d_{5,7,11}$, car il s'agit du masque utilisé dans la suite du document.

p	a	b	c	p	a	b	c	p	a	b
5	7	10	14	25	28	30	35	40	44	
7	11			27		33		42		48
10	14	15	20	29	33			46		52
14	18	20		31		37		49		55
16		22		32		38		53		59
18	22		28	35	39	41	45	60		66
20		26	30	38		44				
21		27		39		45				

FIG. 2.21 – Table de correspondance de $d_{5,7,11}$

Voici, à titre d'exemple, l'AM d'une forme discrète après avoir éliminé les points redondants.

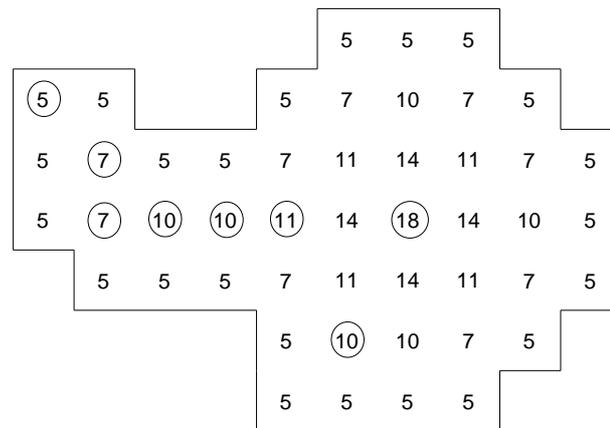


FIG. 2.22 – *Axe médian exact (cerclé) pour $d_{5,7,11}$ d'après [Thi94]*

Nous verrons dans la partie III comment à partir de l'axe médian un g-squelette peut être généré.

Chapitre 3

Surfaces implicites

3.1 Introduction

En synthèse d'image, la façon la plus triviale de modéliser la surface d'un objet est de définir explicitement l'ensemble des polygones qui la constituent. Ces facettes polygonales juxtaposées les unes aux autres pour constituer une surface sont d'une manipulation lourde et difficile, en particulier lorsqu'on cherche à modéliser et animer une forme complexe.

Les surfaces implicites sont particulièrement adaptées à la représentation et à l'animation d'objets lisses (smooth object) et riches en embranchements. Cela en fait l'outil idéal pour modéliser des structures biologiques et anatomiques en particulier. Il est simple de détecter, sur un modèle implicite, si un point donné de l'espace de travail est à l'intérieur ou à l'extérieur de l'objet. Ce type de calcul est réalisable en temps réel ce qui rend la modélisation par surfaces implicites particulièrement intéressante pour la réalisation de simulateurs chirurgicaux et/ou le contrôle de robots per opératoire. Les surfaces implicites à squelette, permettent, de manière analogue aux techniques de squelettisations vues au chapitre précédent, de concentrer les caractéristiques morphologiques d'un objet au sein de son squelette (i-squelette). La modélisation de surface à partir d'un squelette rend la modélisation beaucoup plus intuitive. Par ailleurs, le squelette peut être utilisé pour identifier de façon automatique tel ou tel organe ou structure et représente un moyen de stockage particulièrement compact. C'est pour l'ensemble de ces raisons que nous avons fait le choix de ce type de surface comme outil de modélisation. Le squelette d'une surface implicite est noté **i-squelette** dans tout le document.

Nous allons, dans un premier temps, donner une définition des surfaces implicites et une courte description des techniques de visualisation qui leur sont propres. Puis, nous allons étudier, plus particulièrement, les surfaces implicites à squelette. La fonction potentiel utilisée, que nous avons retenue, est largement présentée ainsi que le calcul de convolution à rayons variables le long d'un i-squelette constitué de segments. Enfin, ce paragraphe se termine par le rapport qui existe entre le g-squelette et l'i-squelette ce qui soulève le problème du contrôle de la surface implicite reconstruite (ou contrôle de rayons).

3.2 Définition

Une surface implicite est définie par deux entités : (a) une **fonction** f , appelée *fonction potentiel*¹ ou *filtre*² qui pour chaque point de l'espace associe un réel ($f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$) et (b) une **valeur scalaire** arbitrairement fixée, nommée iso-valeur et notée *iso*.

On obtient une surface en considérant l'ensemble des points S de l'espace pour lesquels la fonction est égale à la valeur scalaire *iso* fixée :

$$S = \{P(x_p, y_p, z_p) \in \mathbb{R}^3 / f(x_p, y_p, z_p) = iso\} \quad (3.1)$$

Une surface implicite est donc l'ensemble des points $P(x, y, z)$ de l'espace tels que $f(x, y, z) = iso$.

Voici deux exemples de surfaces déclarées de façon implicites :

Le plan :

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= ax + by + cz + d \\ Plan &= \{P(x_p, y_p, z_p) \in \mathbb{R}^3 / f(x_p, y_p, z_p) = 0\} \end{aligned} \quad (3.2)$$

La sphère centrée en (x_c, y_c, z_c) et de rayon R :

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= (x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2 \\ Sphère &= \{P(x_p, y_p, z_p) \in \mathbb{R}^3 / f(x_p, y_p, z_p) = R^2\} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Ces surfaces divisent l'espace en deux régions (sous réserve que f soit une fonction continue) : celle où $f \geq iso$ et celle où $f < iso$. Dans la suite de ce document, nous nous intéresserons aux fonctions f pour lesquelles l'une de ces régions est bornée. Cette dernière est alors appelée "intérieur de l'objet". Par convention, on supposera dans toute la suite (quite à changer f en $-f$) que si $f(x_p, y_p, z_p) \geq iso$ on se trouve à l'intérieur de l'objet et à l'inverse si $f(x_p, y_p, z_p) < iso$ on se trouve à l'extérieur de l'objet. La valeur scalaire *iso* définit la position de cette frontière. On parle ainsi d'*iso-surface*.

3.3 Principes de l'affichage de surfaces implicites

L'objet de ce travail ne porte pas sur l'affichage des surfaces implicites, je renvoie les lecteurs sur la thèse de Frédéric Triquet [Tri01] qui a réalisé une revue complète de ce sujet. Les grandes lignes sont, néanmoins, présentées succinctement ici.

Pour afficher une surface, il faut tout d'abord localiser un ensemble de points qui en font partie. Pour les surfaces implicites il s'agit donc de résoudre l'équation 3.1 page 40. Il existe deux grandes familles de techniques, (1) le lancer de rayons et (2) la facettisation.

3.3.1 Lancer de rayons direct

Le *ray-tracing* consiste à lancer, à partir de l'oeil de l'observateur, un rayon en passant par le centre de chaque pixel de l'image. Le pixel est allumé si le rayon rencontre

¹En rapport avec les travaux de Blinn [Bli82]

²Si l'on fait une analogie avec le traitement du signal [OP04]

l'objet à reconstruire. Cette technique, qui offre une bonne qualité de rendu (possibilité de transparence et d'ombres portées) reste cependant trop coûteuse en temps de calcul pour les applications de visualisation qui nous intéressent ici. Les représentations implicites des surfaces permettent de calculer les intersections rayon/surface de manière précise grâce au test d'appartenance à la surface. Après une série de pas le long du rayon, le point d'intersection précis peut être calculé par dichotomie.

La complexité de l'équation à résoudre en chaque pixel est très coûteuse en temps et en calcul.

3.3.2 Approximation polygonale : Facettisation

Approximation de surfaces à l'aide de germes

Bloomenthal and Wyvill [BW90] proposent plusieurs techniques de visualisation de surfaces implicites. L'une d'entre elles (*scattering*) consiste à placer des points, appelés germes, en périphérie de l'objet et de les faire migrer en direction du squelette dans le sens du gradient jusqu'à obtenir un échantillonnage de la surface. Cette méthode a été améliorée par Desbrun [DTC95]. Chaque primitive du squelette est placée dans une boîte englobante. Un certain nombre de germes sont initialement placés sur les parois de cette boîte et migrent en direction du squelette. La boîte englobante est ainsi déformée pour épouser la forme de la surface. Certains germes sont invalidés lors du *blending* entre les surfaces. Les germes ainsi sélectionnés sont utilisés pour un rendu temps réel (polygonisation par morceau) et pour la détection de collision entre objets.

Marching Cube

Le principe du *marching cube* [LC87] est de subdiviser l'espace selon une grille régulière et d'approximer la surface au sein de chacun des cubes de cette grille. Si la surface coupe un cube, un triangle est généré en fonction de la position des 8 sommets par rapport à la surface. Il existe 256 configurations possibles. Cette technique a été utilisée pour afficher les surfaces implicites présentées dans ce document à l'aide du code de Jules Bloomenthal¹.

3.4 Surfaces implicites définies par des squelettes ponctuels

L'utilisation de surfaces implicites dans le but de modéliser des objets complexes est une tâche difficile. Afin de contrôler la forme de manière intuitive, des surfaces implicites à squelette ont été introduites. Les squelettes les plus simples sont constitués de points, on parle alors de *squelettes ponctuels*. Des squelettes plus complexes ont été introduits afin d'améliorer encore le contrôle. Ils sont abordés ensuite.

Une métaphore souvent utilisée pour construire une surface implicite est la suivante : l'utilisateur définit un certain nombre de points dans \mathbb{R}^3 que nous appelons *points squelettes* ou *squelettes ponctuels*. Chaque point ainsi défini émet une certaine énergie, qui diminue lorsque l'on s'éloigne de ce point. Tel une source de chaleur ponctuelle qui diffuserait dans un milieu homogène (isotrope), il est intuitif d'imaginer une surface (isosurface) correspondant à une température donnée. Pour un point source unique la surface créée est une

¹<http://www.unchainedgeometry.com/jbloom/papers.html>

sphère. Si plusieurs points squelettes sont placés à proximité les uns des autres l'énergie de chacun des points va s'additionner dans l'espace environnant. Cette somme correspond à l'exemple le plus simple de "mélange" ou "blending". Il existe alors une surface correspondant à une température donnée (iso valeur) dont la forme sera conditionnée par la position des différents points squelettes.

Ce type de surface a été introduit par J.F. Blinn [Bli82] afin de modéliser la densité électrique dans une structure moléculaire. Il approxime cette densité par une gaussienne :

$$f_i(x, y, z) = b_i \cdot e^{-a_i \cdot D_i^2(x, y, z)} \quad (3.4)$$

où D_i est la distance entre le point (x, y, z) et le i ème squelette ponctuel. Muraki [Mur91] introduit le terme de "Blobby model" pour définir cette méthode.

Le mélange ou blending Lorsque qu'il existe plusieurs primitives, le potentiel en un point de l'espace est obtenu en effectuant la somme des contributions en ce point de chacun des squelettes ponctuels :

$$F(x, y, z) = \sum_1^N f_i(x, y, z) \quad (3.5)$$

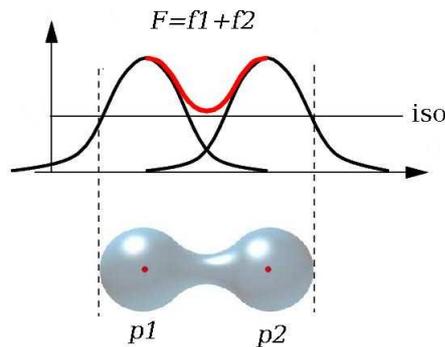


FIG. 3.1 – Mélange : F est calculé en sommant le potentiel généré par chaque point squelette p_1 et p_2 . Avec une valeur scalaire fixée notée iso (d'après [She99]).

Deux méthodes assez proches l'une de l'autre ont été développées pour apporter des propriétés de localité aux surfaces implicites à squelettes ponctuels :

- "Meta-balls" [NHK⁺85] : L'auteur remplace l'équation 3.4 par une fonction polynomiale, qui s'annule à la distance R_i du point clé.
- "Soft objects" [WMW86] : Les auteurs remplacent l'équation 3.4 par une cubique en d^2 , qui s'annule à partir de la distance R_i du point clé.

Avec ce type de méthode, une surface est définie par la combinaison de primitives sphériques. Cela peut rendre difficile la modélisation de formes simples comme une barre rectiligne ou une surface plane, qui nécessitent alors un nombre très important de points squelettes. Pour résoudre en partie ce problème, certains auteurs ont proposé d'utiliser des éléments de base ellipsoïdaux à la place des sphères [Bli82] et d'utiliser des contributions

non-isotropes [WW89]. Par ailleurs, il est possible d'utiliser des points clé à influence négative, leur contribution se soustrait aux contributions voisines creusant ainsi la structure [WW89].

3.5 Surfaces implicites définies par des squelettes non-ponctuels

Bloomenthal et Wyvill généralisent les modèles définis à partir de points squelettes à des iso-surfaces engendrées par des squelettes plus généraux [BW90]. En fait, n'importe quel objet peut constituer une primitive du squelette (points, segments de droite, courbes spline, polygones...) à condition que l'on puisse calculer la distance d'un point P de l'espace à cet objet. Le blending (équation 3.5) permet, là aussi, la modélisation de formes complexes en sommant la contribution de chaque primitive.

3.5.1 Les fonctions potentiel

Les fonctions potentiel f_i présentent toutes les caractéristiques suivantes :

- f décroît en fonction de la distance
- f est monotone et continue
- f atteint sa valeur maximale pour une distance nulle

Il existe deux familles distinctes de fonctions potentiel en fonction de leur *rayon d'action*. Certaines fonctions sont dites à *rayon d'action fini*. Elles sont nulles au-delà d'une certaine distance, elles n'influencent le potentiel que dans une zone finie de l'espace. En revanche, les fonctions de potentiel *rayon d'action infini* vont tendre vers 0 sans jamais l'atteindre. Leur zone d'influence est donc infinie.

L'allure générale de la fonction de potentiel influe sur la manière plus ou moins douce avec laquelle les surfaces fusionnent [KAW91].

3.5.2 Mélanges indésirables

Le mélange des contributions de chaque primitive permet la modélisation de structures complexes. Certains mélanges sont parfois indésirables (cf. fig 3.2). Il est ainsi très difficile de juxtaposer deux structures distinctes sans qu'elles se mélangent. Les auteurs de [WW89] proposent de regrouper les primitives de squelette en "groupes de mélange" qui s'intersectent. En un point p de \mathbb{R}^3 , ils prennent le squelette d'influence maximum et ajoutent les membres de son groupe de mélange. Ce type de construction produit cependant des discontinuités de la surface dans certains cas. Nous renvoyons le lecteur aux travaux d'Alexis Angelidis pour la présentation de solutions robustes à ce problème [AJC02, HAC03].

3.5.3 Contrôle de la forme

Les surfaces implicites à squelette constituent l'outil de choix pour la modélisation et l'animation d'objets complexes. En effet les avantages sont multiples :

- des formes difficiles à obtenir avec des points squelettes deviennent simples à modéliser (surface plane localement)
- les squelettes offrent une représentation intuitive de l'objet
- un nombre réduit d'éléments de squelette est le plus souvent suffisant

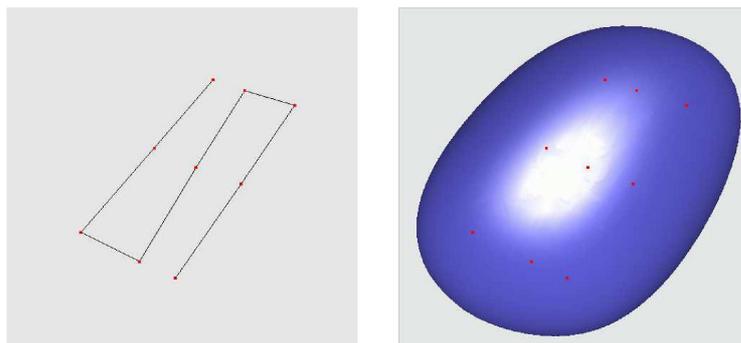


FIG. 3.2 – *Exemple de mélange indésirable. d'après [HAC03]. A gauche : i -squelette. A droite : surface implicite reconstruite.*

- le squelette est simple à définir, à manipuler et à déformer.

Le contrôle de la forme peut être affiné en jouant sur (a) les coefficients c_i donnant les poids accordés aux contributions de chaque primitive du squelette (c_i pouvant être négatif) [BW90] et (b) par les fonctions f_i qui définissent ces contributions [KAW91]. En particulier la nature du mélange "doux" ou "dur" dépend de la pente de la fonction potentiel entre le point où elle atteint l'iso-valeur et celui où elle s'annule.

3.6 Surface de distance

Pour calculer le potentiel F en un point P de l'espace, il est nécessaire de calculer la distance entre ce point et le squelette. Dans le cas où les primitives de squelette sont des points, le calcul de cette distance est simple. En revanche le calcul de la distance entre un point P et un segment $[AB]$ du squelette (par exemple) nécessite un calcul spécifique afin de déterminer le point du segment le plus proche de P . C'est dans un deuxième temps que cette distance est utilisée pour calculer le potentiel en P .

L'utilisation de ce type de surface est limité pour les raisons suivantes. Dans le cas de squelettes qui présentent des parties concaves ou des branches, le calcul du potentiel à partir du point du squelette le plus proche est à l'origine de discontinuités et/ou de plis dans la surface. Dans une zone frontière, un point P peut passer brutalement sous l'influence d'une autre primitive du squelette, ce qui peut être à l'origine d'une variation brutale dans la valeur du potentiel. Afin de contrôler ce type de situation, Bloomenthal [BW90] propose la mise en place d'une *procédure* pour le calcul de $f_i(P)$. Soit P un point entre deux courbes qui se rejoignent. Q_1 et Q_2 sont les projetés orthogonaux de P sur chaque courbe. La distance entre P et le segment $[Q_1Q_2]$ est ensuite calculée et utilisée pour l'évaluation du potentiel en P . Grâce à ce type d'approche, on peut contrôler localement la forme d'une surface engendrée par une organisation donnée du squelette, mais cette solution ne fonctionne que dans le cas particulier que nous venons de décrire. L'autre solution est de sommer les contributions de tous les éléments du squelette en P (cf équation 3.5, page 42). Cela aurait pour conséquence de faire disparaître les plis ou discontinuités dans la

surface engendrée mais serait à l'origine d'un *gonflement* local de la surface, appelé *bulge* en anglais [Blo95a].

Les *surfaces de convolutions* permettent de résoudre simplement l'ensemble de ces difficultés.

3.7 Surface de convolution

3.7.1 Principes et définitions

Les surfaces de convolution ont été introduites par Blommenthal et Shoemake [BS91]. Le principe est de calculer le potentiel en un point p de l'espace en sommant la contribution de tous les points qui constituent chaque élément du squelette. Dans le cas d'un segment, par exemple, qui est un élément continu, la sommation des contributions de chaque point qui le constitue, peut s'exprimer sous la forme d'une *intégrale* :

$$F_i(P) = \int_{S_i} f_i(s, P) ds \quad (3.6)$$

où S_i est la primitive du squelette utilisé. Dans [BS91], cela a été introduit avec $f_i(s, P) = e^{\frac{-\|P-s\|^2}{2}}$, mais peut être généralisé à toute fonction. Le calcul de cette intégrale revient à faire une *convolution* du squelette par la fonction potentiel. Si $h(P)$ correspond à la fonction potentiel alors $f(P) = (h \otimes S)(P)$.

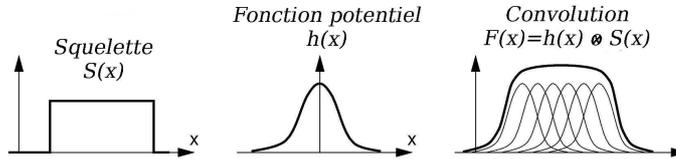


FIG. 3.3 – Convolution sur une dimension du squelette S (fonction géométrique) par h fonction potentiel.

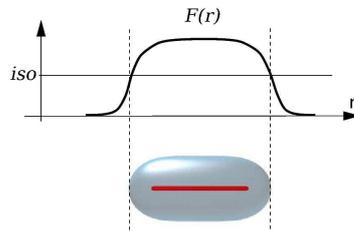


FIG. 3.4 – Surface de convolution à partir d'un segment.

L'objet modélisé est toujours parfaitement lisse, même si le squelette est concave et il n'existe plus de *bulge* au niveau des jonctions entre composants du squelette. En revanche l'intégrale de l'équation 3.6 n'est pas directement calculable avec ce type de fonction potentiel. Il est néanmoins possible d'en faire une approximation [BS91, SW96]. Nous allons voir

qu'il existe des fonctions potentiel pour lesquelles un résultat analytique existe pour certaines primitives. Andrei Sherstyuk présente dans [She99], pour sept fonctions potentielles différentes, une solution analytique au calcul de convolution pour les primitives suivantes : point, segment, arc, plan et triangle. Il présente ainsi un riche arsenal de surfaces implicites définies à partir de la construction intuitive de squelettes complexes.

La convolution est un opérateur linéaire, par conséquent, la convolution de la somme des squelettes est équivalente à la somme des convolutions de chaque partie du squelette : $h \otimes (S_1 + S_2) = (h \otimes S_1) + (h \otimes S_2)$. Cette propriété est particulièrement intéressante pour la modélisation de structures complexes.

3.7.2 Convolution à rayons variables

Toujours, à la recherche de fonction potentiel à rayon variable le long du squelette et dont le calcul de convolution est exact, Jin et al. proposent dans [JT02] une solution analytique avec une fonction potentiel variable le long de squelettes constitués de segments, d'arcs et de courbes splines (*quadratic spline*). La distribution du poids de la fonction potentiel le long du squelette n'est pas linéaire d'une extrémité à l'autre mais suit une distribution polynomiale contrôlée par quatre points. Les possibilités de modélisation sont ainsi largement étendues.

Marie-Paule Cani et Samuel Hornus dans [CH01] proposent d'utiliser des courbes de subdivision (présentées dans [SDS96]) comme primitives. Les squelettes, ainsi construits, sont constitués d'une succession connectée de petits segments (poly-lines) dont la finesse de subdivision permet d'obtenir différents niveaux de résolution (LOD : level of detail). Cette approche a été améliorée dans [HAC03] en proposant une fonction potentiel (kernel), dont la résolution est analytique avec un rayon variable le long de chaque segment. La fonction potentiel utilisée est définie par l'équation 3.7, le rayon variable r est défini le long du segment sous la forme d'une interpolation linéaire entre les rayons r_0 et r_1 de chaque extrémité. Pour un point P de \mathbb{R}^3 :

$$f_s(P) = \frac{r^2}{d(P, S)^2} \quad (3.7)$$

Soit H la projection de P sur le segment. H est pris comme origine de paramétrisation sur

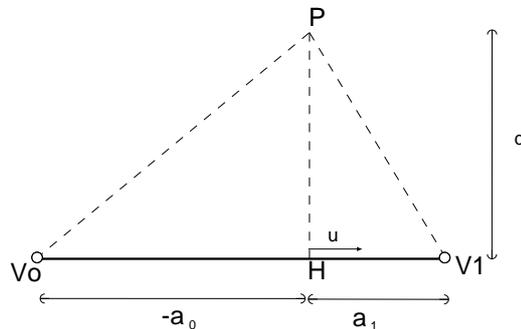


FIG. 3.5 – Calcul du potentiel en P .

le segment. Soit V_0 et V_1 , de coordonnées a_0 et a_1 , respectivement le point le plus éloigné et

le point le plus proche de H (figure 3.5). Si M est un point du segment $[V_0, V_1]$, la distance signée entre H et M est notée u avec $u(V_1) > 0$. L'intégrale à résoudre est donc :

$$F_S(P) = \int_{-a_0}^{a_1} \frac{\frac{r_1-r_0}{a_1-a_0}u + \frac{r_0a_1-r_1a_0}{a_1-a_0}}{d^2 + u^2} \quad (3.8)$$

La solution exacte est :

$$F(S, P) = \frac{((d * C - D^2/d) * A) + (r_0 - r_1) * D * B + (a_0 - a_1) * C}{(a_0 - a_1)^2} \quad (3.9)$$

avec

$$A = \arctan\left(\frac{a_1}{d}\right) + \arctan\left(-\frac{a_0}{d}\right)$$

$$B = \log\left(\frac{a_1^2 + d^2}{a_0^2 + d^2}\right)$$

$$C = (r_0 - r_1)^2$$

$$D = r_0 * a_1 - r_1 * a_0$$

La figure suivante tirée de [HAC03] est un exemple de surface de convolution à rayon variable le long d'un squelette constitué de segments.

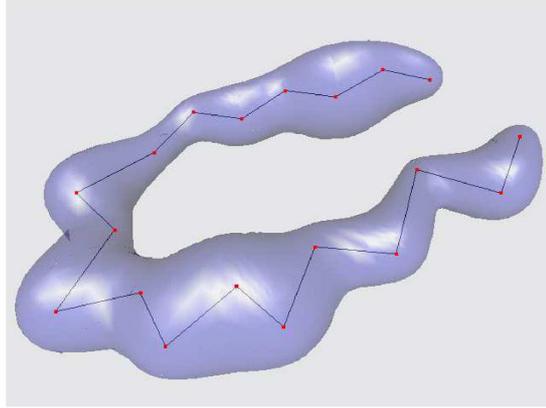


FIG. 3.6 – Exemple de surface de convolution à rayon variable le long d'un squelette constitué de segments [HAC03].

Nous avons donc, à notre disposition, des surfaces implicites à squelette constitué de segments dont les extrémités ont des rayons différents. La fonction potentiel que nous avons choisie permet de calculer de façon exacte la surface de convolution à partir d'un tel squelette.

Chapitre 4

Reconstruction 3D à partir de coupes 2D

En imagerie médicale, l'exploration par coupes est inhérente aux méthodes d'acquisition pour la tomodensitométrie (TDM) et pour l'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM). Le passage à la 3D nécessite un traitement particulier des données géométriques contenues dans chaque plan. Après segmentation des différents signaux (niveaux de gris) il est possible d'extraire les contours des structures étudiées.

La reconstruction de surfaces à partir de contours devient délicate lorsqu'il existe de fortes variations morphologiques et topologiques entre deux plans de coupe successifs. Cela se présente quand l'espace entre coupes est trop important par rapport à la finesse des structures en présence. Un nombre de coupes minimum d'un même objet est nécessaire pour obtenir une reconstruction correcte. Dans certains cas ambigus, plusieurs reconstructions sont possibles entre deux coupes voisines. Les coupes doivent donc être *significatives* de l'objet.

Dans ce chapitre, ce domaine est brièvement présenté en insistant sur les techniques qui expriment la surface reconstruite sous forme implicite. Deux approches différentes se retrouvent quelle que soit la technique utilisée. La première, consiste à considérer les points qui constituent les contours comme un nuage de points dispersés sans tenir compte de leur organisation planaire. La deuxième, en revanche, utilise cette organisation et relie deux contours voisins entre eux¹. Les méthodes paramétriques sont abordées en premier puis les méthodes implicites.

4.1 L'utilisation de surfaces paramétriques

4.1.1 Données de départ : Nuage de points

La reconstruction de surfaces à partir d'une série de contours peut être assimilée à la reconstruction de surfaces à partir d'un ensemble de points dispersés sans tenir compte de la répartition par plan. Une approche courante consiste à déformer une surface en utilisant des forces extérieures pour plaquer cette dernière sur le nuage de point². Ces méthodes sont

¹ *Contour Interpolation, Contour Tilling* [HMN93, SP87].

² Cette technique s'appelle "contour actif".

limitées par la difficulté à définir la forme de la surface initiale avant toute déformation et à trouver une représentation de la forme de la surface déformable capable de s'adapter quel que soit la géométrie et la topologie de la forme à reconstruire.

4.1.2 Données de départ : Contours

Le principe de reconstruction est d'interpoler deux contours successifs d'un même objet. Les premières approches ont cherché à connecter les contours à l'aide de triangles en imposant des contraintes du type minimiser l'air de la surface engendrée [FKU77, MSS92]. La mise en correspondance des contours d'une coupe à l'autre, le traitement des objets présentant des branches et/ou des trous (cf. figure 4.2) ont été surmontés en créant des contours intermédiaires [MSS92]. Boissonnat [Boi88, BG92] présente une méthode basée sur la triangulation de Delaunay qui résout aussi ces problèmes (cf. figure 4.1). Une surface, constituée de triangles est tracée entre deux contours voisins. Pour cela des segments sont rajoutés aux contours pour générer des tétrahédres. Le voisin le plus proche d'un point est détecté après calcul de l'axe médian (diagrammes de Voronoi). Cette approche a été reprise par Geiger [Gei93] et appliquée à la reconstruction de structures anatomiques. L'auteur a développé un logiciel nommé NUAGE basé sur cette approche.

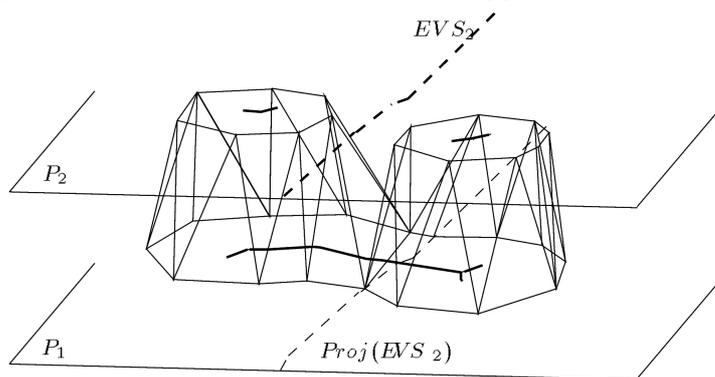


FIG. 4.1 – Méthode de Boissonnat : reconstruction inter-plan d'un objet branché.

Un groupe de chercheurs a développé des méthodes basées sur la réalisation d'une projection orthogonale de deux plans voisins afin de reconstruire des surfaces correctes sur le plan géométrique et acceptable sur le plan topologique. Oliva et al. [OPC96] et Barequet et al. [BGLSS04] réalisent ainsi une triangulation des aires où il y a une différence entre les contours projetés à l'aide de diagrammes de Voronoi ou d'un squelette (*straight skeletons*).

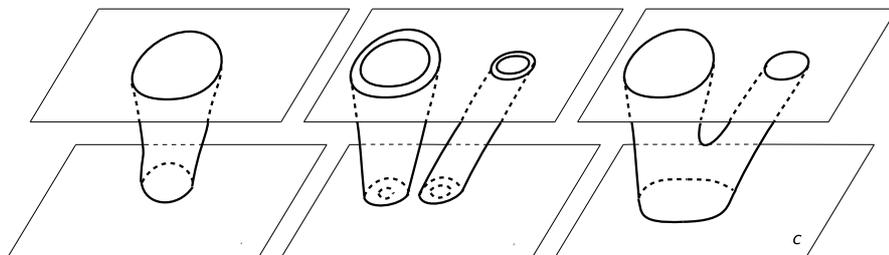


FIG. 4.2 – Entre deux coupes : (a) Tilling, (b) Trou, (c) branches.

Toutes les méthodes précédentes impliquent, dans le processus de reconstruction, la reconstruction d'un seul objet à la fois. De nouvelles approches consistent à interpoler le contour de plusieurs objets simultanément entre deux plans voisins (réseau de contours). La figure 4.3 montre un exemple de réseau de contours dans deux plans adjacents et la reconstruction inter-plan générée. Ju présente dans [JWC⁺05] cette approche avec une application en anatomie, très proche de ce qui nous intéresse dans la seconde partie de cette thèse (cerveau de souris). Son algorithme se déroule en trois étapes : (1) les contours de deux plans voisins sont projetés de façon orthogonale dans un plan commun et une subdivision est réalisée en identifiant toutes les régions fermées (matière), (2) un *graphe de volume* constitué de calques de la même matière et précisant les connections des bords de chaque matière avec ses voisins est créé, (3) la construction par polygonisation de la surface est réalisée par lecture du *graphe de volume*. Le *graphe de volume* est généré automatiquement mais l'utilisateur a la possibilité de le modifier manuellement.

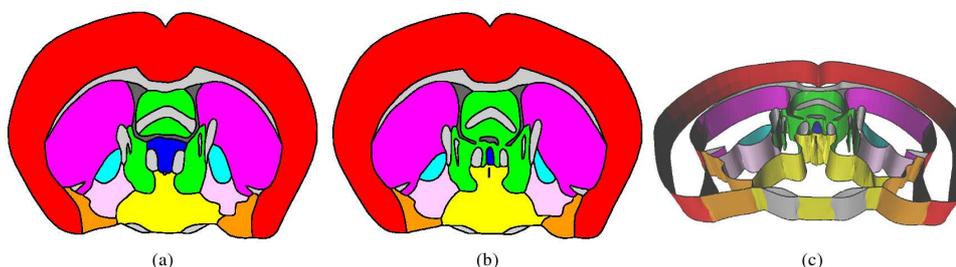


FIG. 4.3 – Reconstruction inter-plan (c) à partir d'un réseau de contours (a) et (b) d'après [JWC⁺05].

4.2 L'utilisation de surfaces implicites

Les surfaces implicites sont une bonne représentation de ce type de données. La surface implicite que l'on cherche à reconstruire est celle qui minimise la somme suivante : $E = \sum (f(p_i) - iso)^2$ (où p_i sont les points de données), plus un certain nombre d'autres critères (régularité,...). La plupart des travaux mentionnés ci-dessous exploitent cette propriété.

4.2.1 Données de départ : Nuage de points

Parmi les méthodes qui utilisent les données d'entrée comme un nuage de point sans tenir compte de la distribution planaire et qui génèrent des surfaces implicites sans squelette, on peut retenir les méthodes suivantes : (1) interpolation de forme [HZB92, BLAE02] (2) surface définie par des distances signées (*simplicial surface defined from signed distance*) [HDD⁺94], (3) R-fonction [SPOK95], (4) fonction d'échantillonnage (*function sampling*) dans une grille 3D [ZOF01], (5) surface implicite variationnelle [TO99, MYR⁺01].

Turk et al. [TO99] propose une technique d'interpolation à base de surfaces implicites variationnelles. La méthode est basée sur les "radial basis functions" (RBF). Un gros système linéaire est inversé pour trouver où placer les centres des RBF négatives et positives pour que la surface résultante interpôle au mieux les points de données tout en étant la plus lisse possible. Bien que les centres des RBF puissent être assimilés à des squelettes, nous ne retenons pas cette approche car le fait de modéliser avec autant de points négatifs que

positifs fait perdre le côté intuitif de la représentation que nous avons soulignée en parlant d'i-squelette.

Certains auteurs ont cherché à créer un squelette à partir duquel une surface implicite peut être générée [Mur91, RF94]. Muraki [Mur91] propose une méthode de reconstruction s'appuyant uniquement sur des squelettes ponctuels : partant d'un seul point squelette centré dans les données, il alterne des phases d'optimisation pendant lesquelles il ajuste au mieux les fonctions potentiel aux données et des phases de subdivisions où l'un des points-squelette se divise en deux, les positions optimales étant trouvées lors de la phase d'optimisation. Cette technique a été améliorée (accélérée) en limitant les points à potentiellement inclure dans le squelette final aux points constituant l'axe médian discret pré-calculé à partir des données [BTC95]. Le squelette final, constitué uniquement de points restait de taille importante. Ferley et al. [FCA97], améliore encore cette approche en créant un squelette géométrique complexe unique à partir d'un diagramme de Voronoï. Des triangles de Bézier sont ajoutés pour passer de ce g-squelette à l'i-squelette engendrant une surface de distance, et en évitant les *bulges* au niveau des embranchements. Cette technique reste malheureusement limitée à un certain type de surface (modélisation de structures tubulaires se ramifiant).

Benégas et al. [BMRJ99, Ban00] propose une méthode automatique de reconstruction d'un nuage de point sur la base de squelette ellipsoïde. Les sous-structures géométriques de l'ensemble des points de donnée, sont obtenues par subdivisions successives. Par une analyse en composante principale, un ellipsoïde est associé à chaque sous-structure. L'ensemble des points ainsi regroupés forme, ce qu'ils nomment des classes. Ces classes sont construites de telle façon que chaque classe soit le plus homogène possible et que la variance inter-classes soit la plus grande possible. Une fois le squelette obtenu (organisé sous forme d'arbre géométrique), par une technique d'ajustement surfacique la surface de l'objet est reconstruite en 3D.

Enfin, Prévost et al. [PL99, PL00] proposent une approche hybride qui utilise des outils issus de l'analyse d'image et de la synthèse d'image. Ils caractérisent, dans un premier temps, la forme au moyen d'un unique descripteur nommé *squelette morphologique*. Ce squelette discret, constitué d'une union finie de boules est minimal (nombre de primitives minimal pour décrire la forme) tout en restant réversible et homotope. La construction de ce squelette est centré sur la carte de distances euclidiennes. Son caractère dual, permet de définir l'objet soit de façon paramétrique avec union de boules, soit de manière continue par une surface implicite. Leur modèle est capable de représenter l'objet avec différents niveaux de détails (à travers un graphe de recouvrement), tout en préservant la topologie de l'objet. Le module de visualisation associé, basé sur un lancer de rayons, tient compte des propriétés du squelette. L'analyse structurelle de l'objet est possible à travers le *squelette morphologique*, mais le squelette est ponctuel et sa manipulation est plus lourde et moins intuitive qu'un squelette constitué de segments tel que nous le proposons plus loin.

4.2.2 Données de départ : Contours

D'autres techniques en revanche, tiennent compte de l'organisation des points de données en plans de coupe. Le principe est toujours le même : reconstruire une surface implicite dans chaque plan de coupe¹ et assurer, ensuite, leur extension afin de créer une fonction

¹On retrouve le terme de : *contour implicitization* dans la littérature pour nommer cette technique.

potentiel en 3D qui préserve la continuité entre chaque plan [JC94, SPOK95, GA98, AG04].

Savchenko et al. [SPOK95] a été cité dans le paragraphe précédent (4.2.1) car sa méthode présente deux variantes pour un nuage de point et pour une série de contours. Pour le traitement par contours, il propose la création d'une fonction spline à deux dimensions pour chaque contour polygonisé. Ces fonctions sont, ensuite, unies pour former une fonction potentiel globale à partir de laquelle la surface implicite est calculée. Le temps de calcul de la fonction spline est particulièrement important si le nombre de coupes est important. Le même auteur propose une technique de voxélisation pour accélérer le processus de reconstruction [SPSK98].

Jones et al. [JC94] propose la technique suivante : Les fonctions de contour sont définies en affectant une grille uniforme à chaque plan de coupe. La valeur de chaque vectrice, correspond à la distance signée entre la vectrice et la distance au contour. La fonction champ globale est calculée en interpolant les valeurs des vectrices de la grille. Cette technique résout le problème des branchements et des trous. La taille de la grille est un élément important qui conditionne le résultat final (risque de perte de détail).

Amrani et al. propose dans [ACS01] une approche originale. Dans le but de générer un *objet volumétrique déformable* à partir de données provenant d'explorations médicales, les auteurs proposent d'extraire un squelette pondéré continu dans chaque plan de coupe en utilisant des diagrammes de Voronoi et une triangulation de Delaunay pour sa simplification. Ils établissent ensuite une connexion entre chaque squelette voisin afin d'obtenir un squelette 3D. Des diagrammes 3D de Voronoi sont utilisés en traitant dans un premier temps les points extrémité, puis les segments qui ont au moins un point en correspondance (point identique dans chaque plan) et enfin le reste des branches (cf figure 4.4). Ils obtiennent ainsi un squelette 3D constitué de triangles dont les vertex se situent dans les plans de coupes. Ils nomment ce squelette : *squelette pondéré* car chaque vertex est étiqueté par sa distance au bord, nommé *poids*. Ils peuvent, ensuite, calculer, par une combinaison affine le poids des vertex d'un triangle, le poids en tout point du squelette. Une fonction potentiel uniforme est ensuite utilisée pour reconstruire la surface.

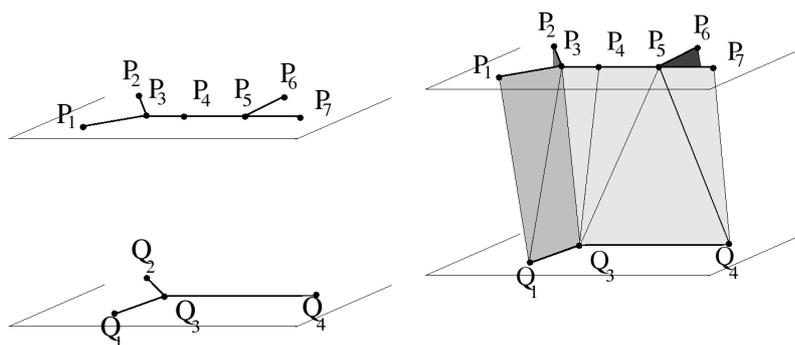


FIG. 4.4 – Squelettes 2D de deux contours contenus dans des plans voisins et le squelette 3D inter-plan généré [ACS01].

La construction d'un squelette 3D à partir de squelettes 2D permet de reconstruire la surface de l'objet à l'aide de surfaces implicites à squelettes ponctuels. La faiblesse de cette méthode réside dans la reconstruction d'objet branchés et dans la lourdeur d'un squelette ponctuel pour des objets complexes.

Galin et Akkouche présentent dans [GA98, AG04] une technique basée sur une *stratification de polygones* et sur des fonctions de distances *anisotropes*. Il détermine une fonction champ f qui s'annule au niveau de chaque contour. Pour cela une fonction champ 3D est calculée dans chaque plan $k \in 1, \dots, n$ (dans [SPOK95] et [JC94] la fonction f_k calculée est définie en 2D puis interpolée entre deux plans) puis *combinées* entre elles pour former f . Une fonction champ f_k est définie dans chaque plan de coupe à partir d'un contour polygonisé Γ_k de telle façon que la surface implicite Σ_k générée satisfasse $\Gamma_k \subset \Sigma_k$. Pour chaque vertex du contour une ligne verticale est tracée, ce qui divise (stratifie) le contour en trapézoïdes juxtaposés. Ensuite, pour chaque trapézoïde une fonction Σ_k est créée de la façon suivante. Soit Π un plan orthogonal au plan de coupe et parallèle à la direction de

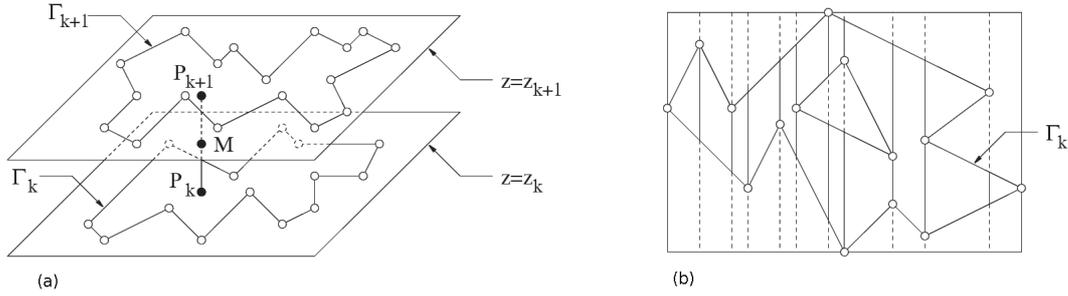


FIG. 4.5 – (a) Contour polygonisé Γ_k et Γ_{k+1} dans deux plans successifs avec les projections de M dans chaque plan P_k et P_{k+1} . (b) Stratification verticale du contour polygonisé Γ_k , les trapèzes juxtaposés apparaissent dans la forme [AG04].

stratification. Π intersecte Γ en deux points. On note Γ_Π la courbe incluse dans Π tel que $\Pi \subset \Gamma_k$. Σ_k correspond donc à la succession des courbes Γ_Π quand le plan Π parcourt tous les trapézoïdes. Dans le cas où Γ_k est concave ou que le plan Π est parallèle à un des bords du contour un traitement particulier doit être effectué pour calculer Σ_k . Une deuxième stratification est construite dans une direction orthogonale à la précédente. Tout point M de l'espace interplan est défini à l'aide d'une fonction anisotropique de distance (fronts curves) dans les deux plans Π perpendiculaires qui le contiennent (f_i et f_j). Si la projection de M dans le plan k est en dehors du contour la fonction champ f_k doit être négative et inversement si la projection de M est en dedans. L'auteur propose $f_k = f_i + f_j - \sqrt{f_i^2 + f_j^2}$ ou $f_k = \min(f_i, f_j)$ pour le calcul de f_k . Un point M est sous l'influence de deux plans, le calcul de f est réalisé de la façon suivante : $f = f_k + f_{k+1}$. Enfin, il est possible de calculer f en utilisant des plans plus à distance.

Cette méthode ne génère pas de squelette : il n'existe pas d'analyse structurelle dans le plan de coupe. L'analyse structurelle de la forme, sa modification intuitive et son animation sont donc plus difficiles à mettre en œuvre.

Nous n'avons pas retrouvé de travaux, en dehors de celui de Amrani et al. [ACS01] qui utilisent le squelette géométrique (g-squelette) de la forme 2D comme base de construction d'une surface implicite à squelette. Par ailleurs, seule cette méthode et celle de Galin et Akkouche [GA98, AG04] sont des méthodes de reconstructions directes qui ne font pas intervenir de processus d'optimisation. La méthode qui est proposée dans la partie 3 de ce document, comme nous allons le voir en détail, concentre dans un squelette non-punctuel

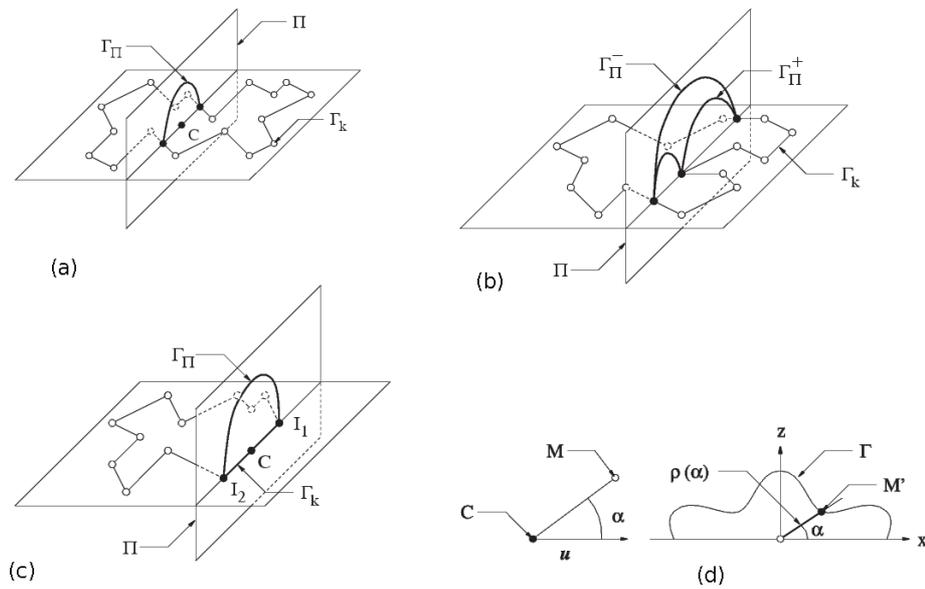


FIG. 4.6 - (a) Création de la surface de front Γ_{Π} , (b) cas particulier où le contour est concave (c) cas particulier où le plan est parallèle au contour, (d) fonction de distance anisotropique définie par un point C , une direction u et une courbe de profil analytique Γ [AG04].

précis l'information morphologique (géométrique et topologique) de l'objet étudié dans chaque plan de coupe et permet de générer la surface de l'objet dans l'espace inter-plan de façon implicite.

Deuxième partie

Reconstruction Paramétrique

Introduction

Cette partie est destinée à retracer la démarche suivie pour élaborer un modèle 3D du cerveau de rat à partir d'une série de coupes 2D. Durant une année, dans le laboratoire de Neuroanatomie du Pr. Paxinos (UNSW¹, Sydney), j'ai mis en place une méthode de reconstruction qui associe des algorithmes graphiques existants à des algorithmes personnels et j'ai développé une application, nommée NAVIS qui replace ces modèles, après reconstruction, dans leur contexte anatomique. L'objectif de NAVIS est, avant tout, de permettre une illustration simple et didactique de l'organisation anatomique d'une partie du système nerveux central du rat.

Les deux chapitres suivants sont consacrés aux travaux réalisés en Australie. Le premier présente les motivations de ce projet et le processus de modélisation en 3D en détail. Le deuxième présente l'application NAVIS, sa structure, et son interface graphique. Cette partie met en évidence les limites de l'utilisation de bibliothèques de traitements existants pour la reconstruction 3D à partir d'atlas anatomiques. Ceci a été l'une de nos motivations pour aborder un autre type de représentation, les surfaces implicites à squelette, dans la partie suivante.

¹University of New South Wales localisée à Sydney, Australie

Chapitre 5

Modélisation du cerveau de rat.

5.1 Introduction : Atlas stéréotaxique du cerveau de rat

L'activité fonctionnelle du cerveau est basée sur un réseau complexe de connexions. De nombreux travaux récents et anciens se sont efforcés de les caractériser [VRJ00, LBD⁺03, BSD⁺04]. Devant la quantité et la diversité de ces connexions, leur représentation et leur diffusion dans le monde scientifique est une difficulté majeure. Pour répondre à cette situation, différentes équipes ont développés des *systèmes de gestion de connaissance* (knowledge management system), c'est à dire des bases de données en ligne dédiées à la neuroanatomie. On peut citer par exemple, CocoMAC [SKB⁺01], NeuroNames [BD03], BAMS [BDS05]. Ces systèmes puissants délivrent une information sous forme de texte qui nécessite l'utilisation d'atlas imprimés ou digitalisés pour apprécier l'organisation *in situ* de telle ou telle connexion. Les moyens d'investigation en neuroscience pour étudier l'organisation anatomo-



FIG. 5.1 – Coupe histologique du cerveau de rat.

mique et fonctionnelle du système nerveux central impliquent, le plus souvent, des animaux de laboratoire (la souris, le rat et plus rarement le singe). L'étendue de la problématique a nécessité l'utilisation d'une nomenclature commune pour dénommer les structures et surtout pour les localiser le plus précisément possible. Dans le cerveau de rat, par exemple

plus de mille structures sont actuellement identifiées. Les techniques utilisées en laboratoire impliquent le plus souvent le décès de l'animal et l'étude des coupes histologiques passant par la ou les régions étudiées. L'identification des structures anatomiques impliquées se fait le plus souvent en comparant le plan de coupe histologique avec les coupes publiées dans un atlas. "The Rat Brain in Stereotaxic Coordinates" de Charles Watson et George Paxinos [PW05] en est la référence internationale pour le cerveau de rat. Sa diffusion a été importante et fait de cet ouvrage scientifique (toutes éditions confondues) le deuxième travail scientifique le plus cité au monde.

Charles Watson et George Paxinos ont répondu au besoin des neuro-scientifiques de parler un langage anatomique commun et de partager un référentiel, nommé espace stéréotaxique défini dans les trois directions de l'espace, lui aussi commun, qui permet la localisation précise et reproductible d'une structure dans le système nerveux central. Leur atlas se présente sous la forme d'une succession de coupes, précieusement situées, dans leur espace stéréotaxique. Les contours de toutes les structures anatomiques ont été dessinés à la main à partir du matériel histologique. Le repérage et l'identification des structures et de leurs contours ne peut être automatisés car souvent les limites sont particulièrement délicates à tracer et seule une analyse de l'ensemble des contours de la coupe et des coupes adjacentes par le neuroanatomiste expérimenté permet de placer une frontière entre deux structures différentes. Dans chaque plan de coupe, un système de coordonnées 2D permet de se localiser. Les contours manuels sont digitalisés puis convertis sous forme de diagrammes afin de faire disparaître l'irrégularité des traits réalisés à main levée. La figure 5.1 montre une coupe histologique après coloration et la figure 5.3 le diagramme correspondant. La dernière version de l'atlas (la 5^{ème} édition) est constituée de 161 coupes axiales (cranio-caudales) espacées de $120\mu\text{m}$ chacune. La réalisation d'une nouvelle édition nécessite 4 à 5 ans de travail pour une équipe expérimentée.

Ce type d'atlas est utilisé pour identifier les structures. La coupe histologique (fruit d'une expérimentation donnée) est comparée aux diagrammes jusqu'à identifier la coupe de l'atlas la plus proche de la coupe histologique étudiée. L'atlas joue ainsi le rôle d'une *carte*. Le système nerveux central peut être étudié chez l'animal vivant en utilisant, en particulier, des techniques électro-physiologiques (électrode d'enregistrement, de stimulation...). L'atlas stéréotaxique apporte ici une aide précieuse. En effet, toutes les structures identifiées dans l'atlas ont des coordonnées stéréotaxiques qui peuvent être utilisées pour placer précisément (via l'utilisation d'un cadre), chez l'animal vivant, une électrode.

Dès la première édition de "The Rat Brain in Stereotaxic Coordinates", de nombreuses équipes se sont lancées dans la conception d'atlas digitalisé 3D [TSP89, FLS94, TSHA95, BLSB01]. Mais les coupes 2D restent la référence en laboratoire car le matériel lui-même se présente sous forme de coupe. Si l'on dépasse l'organisation morphologique du système nerveux central et que l'on s'intéresse à l'anatomie fonctionnelle, l'étude des connexions ou projections entre les différentes structures s'impose. En revanche, il n'existe pas, à notre connaissance, de système qui intègre, en 3D, les structures reconstruites à partir des atlas de références et les données concernant les connexions fonctionnelles entre ces structures.

Dans le cadre de ma thèse, j'ai passé une année dans le laboratoire du Pr Paxinos pour relever ce défi et proposer une approche personnelle. Il s'est agi avant tout d'une étude de faisabilité qui, au final, a débouché sur une application fonctionnelle. Les données rapportées dans cette thèse relatent notre démarche en anatomie et en informatique graphique face à ce problème. Dans une première partie, le matériel de départ et les objectifs sont précisés.

Puis, dans une deuxième partie, le processus de reconstruction permettant de passer des diagrammes 2D à un modèle 3D virtuel est détaillé. Dans une troisième partie, l'application NAVIS est présentée en détail. Enfin, une discussion aborde les limites de la méthode présentée.

5.2 Descriptif du projet et structures anatomiques impliquées

Le Pr. Paxinos m'a reçu dans son laboratoire à Sydney (POWMRI) pour reconstruire en 3D la dernière version de son atlas stéréotaxique de rat. L'objectif était, sur une période d'une année environ¹, de produire un modèle 3D des structures délimitées dans chaque plan de coupe et d'associer les connexions nerveuses identifiées dans la littérature impliquant ces mêmes structures.

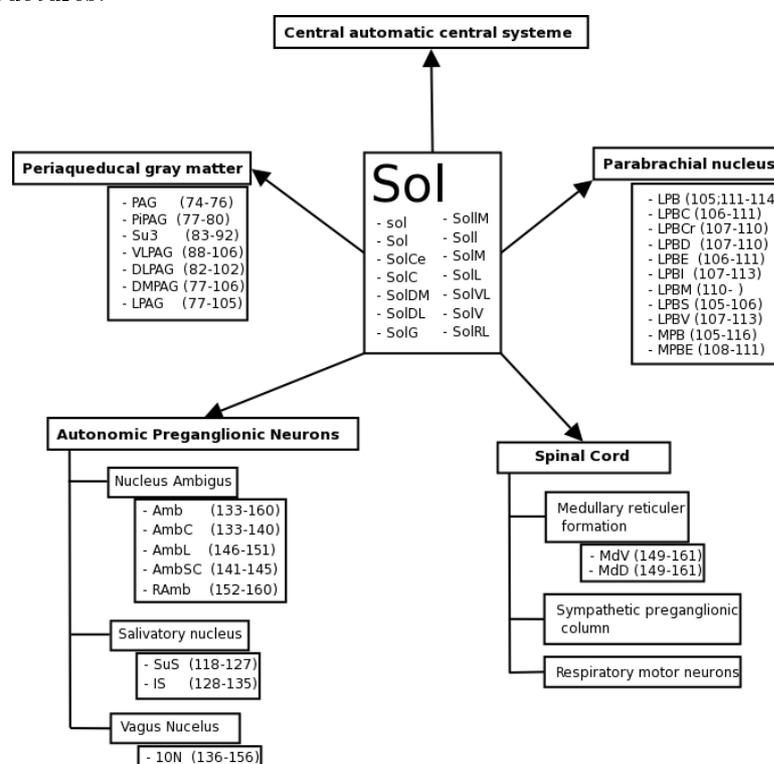


FIG. 5.2 – Tableau récapitulatif des affiliations du Sol dans le système nerveux central. Ces données ont été recueillies dans la littérature. Les abréviations sont celles utilisées dans l'atlas de Watson et Paxinos, les chiffres entre parenthèses correspondent aux coupes sectionnant la structure. Le Sol est lui même constitué de plusieurs sous-noyaux.

Très rapidement, cette étude s'est focalisée sur une structure particulière le *tractus du noyau solitaire* (Sol) et les structures affiliées. Le Sol est une structure du tronc cérébral qui reçoit la majeure partie des informations sensorielles issues du système cardio-vasculaire, de l'appareil respiratoire et du tractus digestif. Ces informations sont transportées jusqu'au système nerveux central par les paires crâniennes en particulier par le nerf vague (10N).

¹De novembre 2004 à octobre 2005

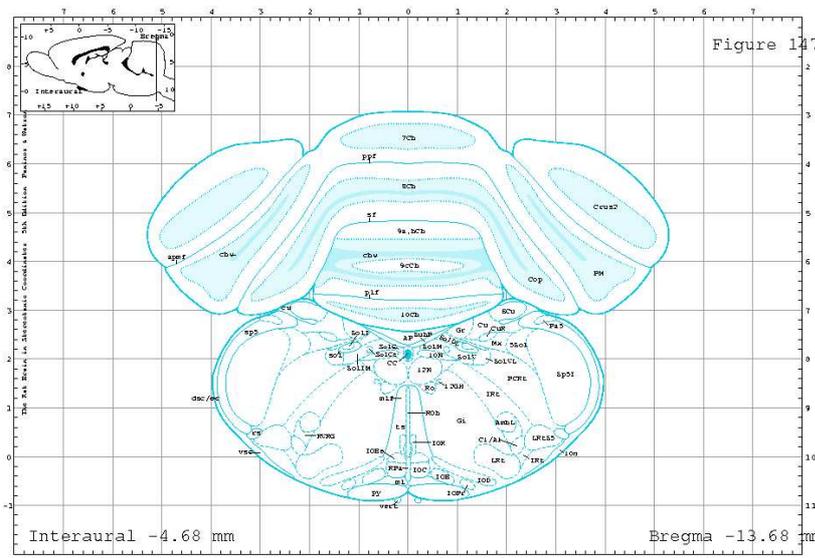
Il est inter-connecté avec de nombreuses autres structures du système nerveux central (spinales, bulbaires et supra-bulbaires). La figure 5.2 illustre la complexité de ses connexions et correspond à l'ensemble des structures affiliées au Sol que nous avons reconstruites. Il joue un rôle central dans la coordination des divers réflexes végétatifs et dans l'adaptation de ses réflexes aux besoins de l'organisme. Il joue aussi un rôle dans la représentation du milieu intérieur intervenant ainsi dans les processus de conscience de soi.

Nous avons choisi le noyau solitaire pour les raisons suivantes. Tout d'abord, il s'agit d'une structure très largement étudiée, pour laquelle il existe un grand nombre de publications. Ses projections dans le système nerveux central sont bien connues. Le Sol est une structure du tronc cérébral et de ce fait son anatomie est proche de l'anatomie du noyau solitaire de l'homme. Enfin, Charles Watson et George Paxinos pensaient que les contours des sous-noyaux du Sol étaient très précisément représentés dans la dernière version de leur atlas. Nous allons voir, plus loin, qu'ils s'étaient trompés.

Le résultat de cette année de travail est une application fonctionnelle en libre téléchargement nommée NAVIS et une publication actuellement sous presse dans la revue *Neuroinformatics*.

Matériel de départ

Nous sommes partis de la 5^{ième} et dernière édition de "The Rat Brain in Stereotaxic Coordinates" [PW05]. Il existe dans cette version de l'atlas 161 coupes. La figure 5.3 représente la coupe histologique qui correspond à la planche 147 de l'atlas. Cette coupe passe par le tronc cérébral et sectionne le Sol. Toujours dans la figure 5.3 en dessous de la coupe histologique est représenté le diagramme correspondant extrait de l'atlas. A noter que chaque coupe est recalée dans un repère spatial (dit stéréotaxique). Ce recalage est réalisé manuellement pour chaque coupe par les auteurs de l'atlas.



Le contour de chaque structure visible est réalisé à la main sur un papier calque fixé sur une photographie agrandie de la coupe histologique. La figure 5.4 fusionne la coupe histologique et le tracé réalisé à la main sur la coupe 147 pour le noyau solitaire et ses subdivisions nommées sous-noyaux (elles sont listées au centre de la figure 5.2). Le contourage se fait coupe par coupe, mais les auteurs de l'atlas travaillent simultanément sur plusieurs coupes successives pour maintenir une cohérence 3D des éléments.

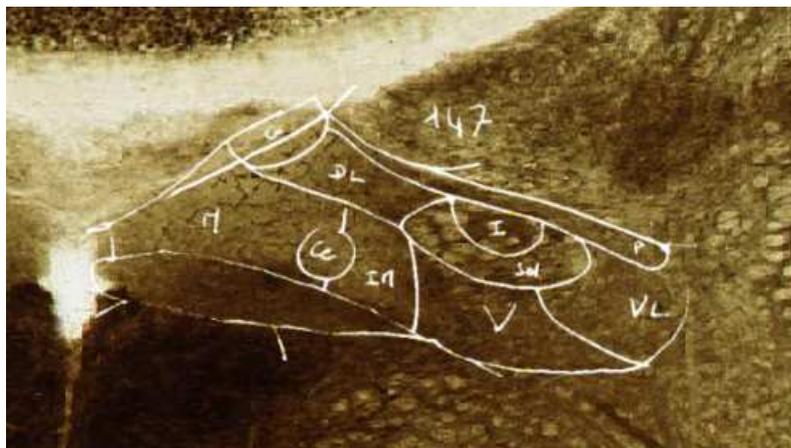


FIG. 5.4 – Contours fait à main levée du Sol et de ses sous-noyaux au niveau de la coupe 147.

Une fois les contours de toutes les structures anatomiques d'une coupe réalisés et après identification de chacune d'entre elles, le papier calque qui contient les dessins est traité pour transformer les traits faits à la main en diagramme. La figure 5.5 montre sur 4 figurines successives le passage de la coupe histologique au digramme.

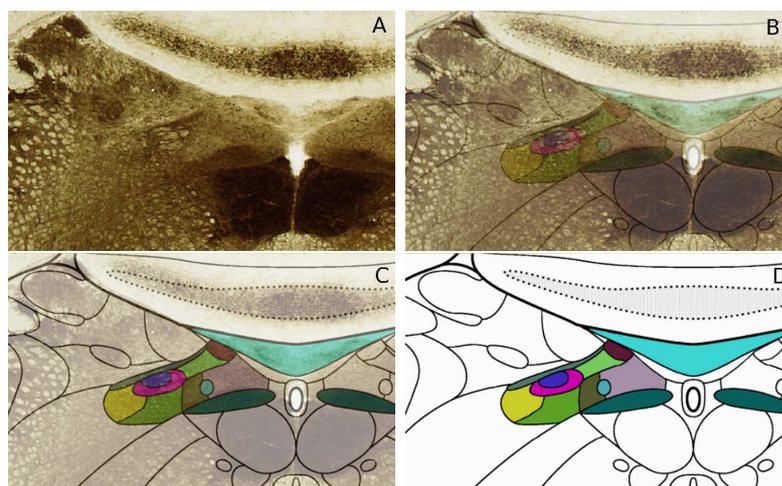


FIG. 5.5 – De la coupe histologique au diagramme : (A) la coupe histologique, (B,C) diagramme transparent (D) le diagramme coloré. Sur un détail de la coupe 147.

La construction se poursuit sur les 161 coupes qui constituent l'atlas. Nous sommes donc partis de ces coupes digitalisées et sauvegardées sous la forme de dessin vectoriel

(bitmap). Dans le paragraphe suivant nous allons voir la technique que nous avons mis au point pour extraire les contours dans chaque plan de coupe.

5.3 Extraction des contours

Nous effectuons, en premier lieu, un prétraitement sur les images extraites de l'atlas afin d'éliminer toute les informations superflues. Seul le cadre stéréotaxique et les contours sont conservés. A partir de ce support, les structures étudiées sont colorées selon une table de couleur de référence afin qu'une couleur donnée corresponde à une structure et une seule à travers tous les plans de coupe qui la concernent. La figure 5.6 montre un exemple de coupe après coloration.

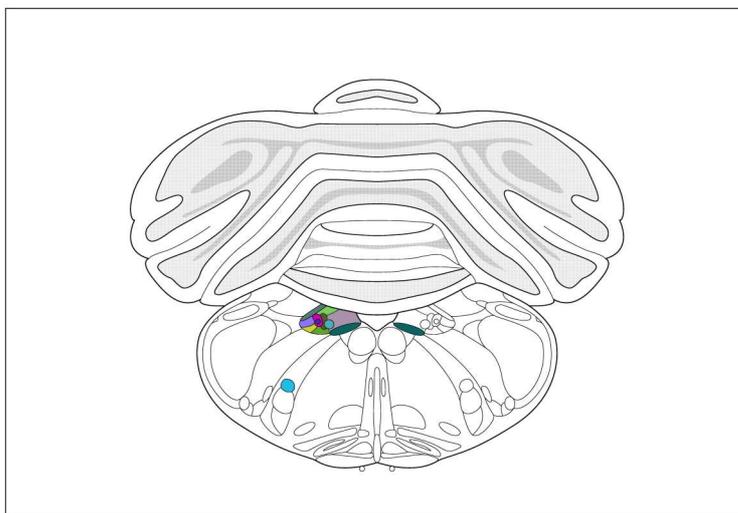


FIG. 5.6 – *Exemple de coupe colorée.*

Le reste du processus est automatique. L'extraction du contour dans un plan de coupe utilise les techniques présentées au chapitre 2.3. Une carte de distance est calculée dans l'image. Pour chaque pixel d'une couleur donnée la distance au bord est calculée. Les points de plus petits poids, c'est à dire les plus proches du bord, constituent le contour (d'épaisseur un pixel). La figure 5.7 illustre ce processus pour un sous noyau du Sol.

Le contour, représenté par une suite de pixels connexes, est ensuite polygonisé de façon exacte. L'algorithme utilisé est celui présenté par Joëlle Vittone dans [Vit99]. Son algorithme donne, à partir d'un segment discret, l'ensemble de toutes les droites réelles, qui discrétisées sur cette intervalle, coïncident parfaitement avec le segment discret de la droite. A l'inverse, si pour une suite ordonnée de pixels, il existe au moins une droite réelle on peut considérer cette suite comme un segment discret. De cette façon, nous pouvons tester si une suite de pixels forme un segment discret ou pas.

L'algorithme de polygonisation de contour, développé à travers cette thèse est le suivant :

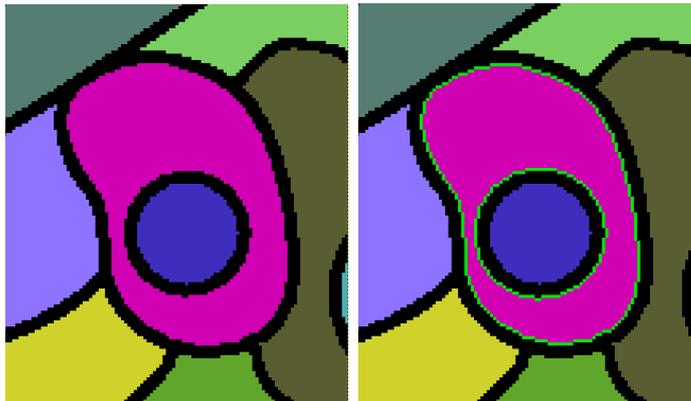


FIG. 5.7 – Sur la gauche, l'image initiale et sur la droite représenté en vert, le contour extrait à partir de la carte de distance. Carte de distance réalisée avec le masque de chanfrein $d_{5,7,11}$ (extrait de la coupe 147 colorée).

- **Initialisation** : Au départ, on a une courbe discrète, représentée par une suite ordonnée de pixels $:p_1 \dots p_n$.
- **Conversion en segments** :
 - on note le segment courant s_k (au début $k = 1$)
 - on note le pixel courant p_i (au début $i = 2$)
 - Boucle :
 - on ajoute le pixel p_i dans s_k
 - si s_k reste un segment discret (algorithme de J. Vitton) alors on continue avec $i = i + 1$
 - sinon s_k s'arrête en p_i et ce pixel devient le point de départ du nouveau segment avec $i = i - 1$ et $k = k + 1$ jusqu'au dernier pixel ($i = n$).
- **Finalement** : la courbe est entièrement polygonisée en k segments discrets

L'intérêt de cette méthode, est de réaliser une polygonisation exacte sans approximation ou processus d'optimisation. A partir des contours polygonisés, par cette méthode, il est possible de retrouver exactement le contour initial. L'étape suivante consiste à reconstruire en 3D les noyaux à partir de leurs contours. Toujours, dans un esprit d'exactitude la méthode choisie est celle de Boissonnat [Boi88, BG92] basée sur la triangulation de Delauney (cf. paragraphe 4.1.2).

5.4 Reconstruction 3D paramétrique

A partir des contours polygonisés, définis dans chaque plan de coupe pour un noyau, la bibliothèque logicielle développée par Boissonnat [Boi88, BG92], nous a permis d'obtenir une reconstruction 3D de type paramétrique. La méthode est basée sur la triangulation de Delaunay en 3D : Les contours contenus dans deux plans adjacents sont connectés les uns aux autres et forment une surface entre les deux plans. L'image 5.8 montre le résultat pour

le Sol et trois noyaux affiliés dans le tronc cérébral.

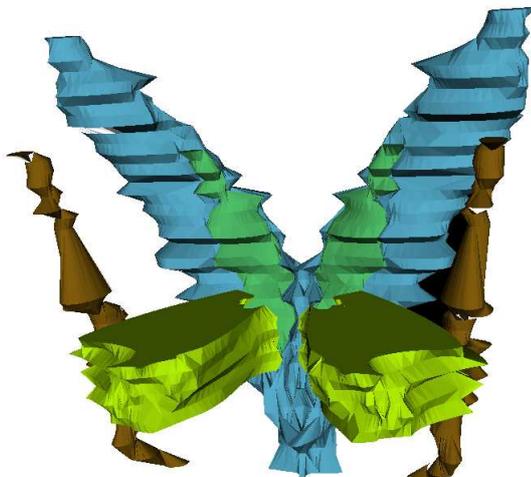


FIG. 5.8 – *Reconstruction paramétrique du Sol (en bleu) et du 1ON (en vert).*

Ces premiers résultats ont permis de visualiser le noyau solitaire dans son ensemble. Cette reconstruction est la représentation 3D exacte du noyau solitaire depuis l'atlas. On constate des irrégularités le long de la structure reconstruite. Ces irrégularités sont la conséquence de plusieurs facteurs :

- La coupe réelle déforme le tissu ainsi que les traitements de fixation et de coloration.
- Le recalage des coupes dans le système de coordonnées est réalisé manuellement. Cet ajustement est réalisé au "plus juste" en ajustant successivement les coupes deux à deux.
- Des *erreurs* de contourage peuvent être présentes dans les dessins manuels réalisés.

Les deux premiers facteurs sont classiques et il existe des techniques (automatiques) qui permettent un ajustement des coupes [Rol91]. Le troisième facteur est beaucoup plus intéressant, il est spécifique à ce type d'atlas. Les grosses variations d'une coupe à l'autre, nous ont incités à reconsidérer la pertinence des contours dessinés à partir des coupes histologiques. Nous avons donc repris tous les contours de Sol, coupe par coupe, et focalisé notre attention au niveau des contours détectés comme anormaux au niveau de la reconstruction 3D. Systématiquement, des *erreurs* de contourage ont été détectées. Des corrections ont été apportées sur le Sol et ses sous-noyaux et seront publiées dans la prochaine édition de l'atlas. Il semble que le contourage soit plus pertinent quand le neuro-anatomiste a une vision 3D globale de l'objet étudié. A ce stade de l'étude, l'objectif de reconstruire en 3D les structures contourées était atteint. Ces modèles étaient la fidèle représentation 3D des contours 2D publiés dans l'atlas. Néanmoins, nous avons cherché à embellir ces surfaces, mais au prix d'une perte d'exactitude comme cela est expliqué au paragraphe suivant.

5.5 Embellissement des modèles reconstruits

La première approche pour embellir ces modèles bruts a été de lisser les normales de la surface pour jouer ainsi sur les reflets lumineux. Le résultat s'est avéré peu différent sur le plan visuel. Nous avons alors fait appel à une bibliothèque graphique pour lisser les

données. Notre choix s'est porté sur VTK¹ en libre accès et spécialisée dans ce type de traitement.

VTK fonctionne sous forme de pipeline. Les données de départ (les surfaces paramétriques présentées au paragraphe précédent) cheminent à travers une succession ordonnée de traitements qui sont disponibles dans VTK. Le pipeline que nous avons construit est constitué de 8 étapes. Notons que nous passons par une représentation implicite discrète (iso-surface d'un modèle voxelisé) au cours de ce traitement :

- 1 **vtkUnstructuredGridReader** Cette fonction lit un fichier ASCII en entrée qui contient (au format VTK) les polygones (triangles) obtenus à partir des contours comme expliqué dans le paragraphe précédent. En sortie cette fonction crée un objet, nommé **vtkUnstructuredGrid** qui contient la surface de la structure anatomique étudiée sous la forme d'une liste de triangles.
- 2 **vtkVoxelModeller** Cette fonction est équivalente à **vtkImplicitModeller**. Il s'agit d'un filtre qui convertit une série arbitraire de données en une représentation par points structurée. En pratique, il calcule une fonction de distance entre les points d'entrée et une série de points structurés. Cette fonction peut ensuite être utilisée pour générer une surface qui respecte la géométrie initiale.
- 3 **vtkContourFilter** Ce filtre génère une isosurface à partir des données d'entrée.
- 4 **vtkPolyDataConnectivityFilter** Ce filtre génère un objet du type **vtkPolyData** à partir d'une isosurface. Un **vtkPolyData** est une série d'éléments (triangles) qui définissent une surface paramétrique.
- 5 **vtkSmoothPolydataFilter** est un filtre qui lisse un objet de type **vtkPolydata** en utilisant une méthode de type Laplacienne.
- 6 **vtkPolyDataNormals** est un filtre qui calcule les vecteurs normaux pour un maillage polygonal.
- 7 **vtkStripper** génère des bandes de triangle (triangle strips) à partir de polygones.
- 8 **vtkPolyDataWriter** écrit sous la forme d'un fichier ASCII l'objet de type **vtkPolyData**.

Ce pipeline a été utilisé sur l'ensemble des noyaux reconstruits. La figure 5.9 montre le résultat de ce processus sur un noyau seulement. La figure 5.10 montre le noyau solitaire sur une vue de face.

Il existe certainement une autre façon d'obtenir ce résultat à l'aide VTK. Le passage direct d'un **vtkUnstructuredGrid** à un **vtkPolyData** s'est avéré impossible, à moins d'implémenter soi-même un filtre qui assure cette conversion. Chose que nous n'avons pas faite. L'utilisation de la librairie VTK est rendue difficile car le fonctionnement exact de chacune de ces fonctions (ou filtres) reste assez hermétique. Même à travers la lecture détaillée de la documentation fournie, l'utilisation de ces fonctions s'est avérée délicate. Il n'en reste pas moins que les données traitées sont exprimées, au début et à la fin, sous un format paramétrique et passent sous un format implicite, de façon temporaire, au cours du processus. Une démarche toute paramétrique ou toute implicite serait plus logique. D'autre part le lissage de chaque structure déplace légèrement ses contours et provoque un entrecroisement des surfaces lorsque plusieurs structures adjacentes sont représentées simultanément.

¹VTK 2.4.2 : <http://public.kitware.com/VTK/>

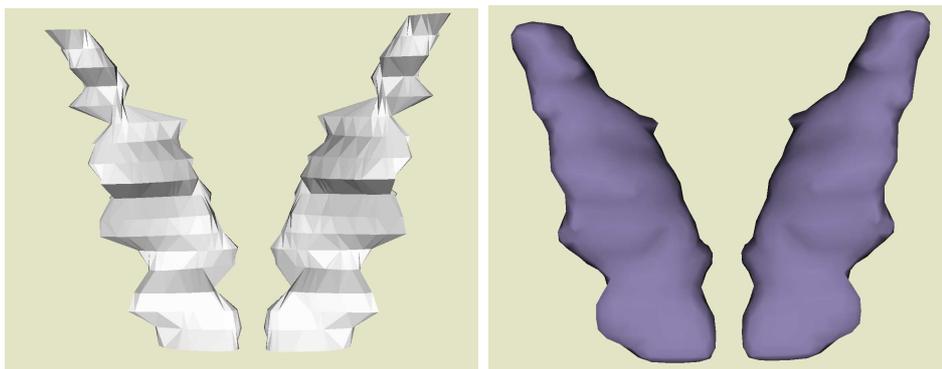


FIG. 5.9 – Reconstruction paramétrique du noyau du nerf vague (10N) : à gauche avant lissage, à droite après lissage (vue ventrale).

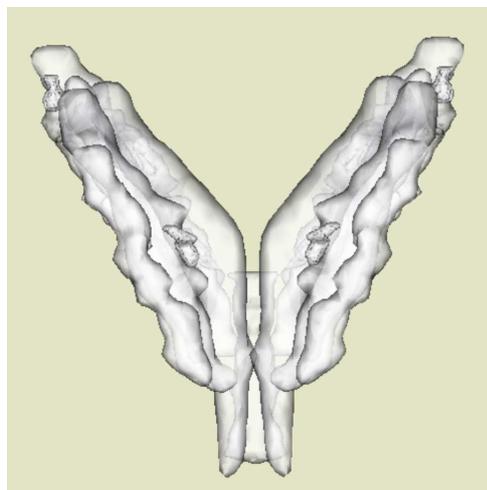


FIG. 5.10 – Reconstruction paramétrique du Sol après passage à travers le pipeline (vue ventrale).

Les contours de toutes les structures contenues dans une coupe 2D définissent un véritable réseau. Le lissage, proposé ici, n'implique qu'une surface à la fois. Le déplacement d'un contour modifie les structures voisines qui partagent une partie de leurs contours avec elle. L'expression implicite des contours permettrait un contrôle plus simple du processus de lissage de structures voisines contrairement au modèle paramétrique. De plus des modèles implicites permettraient de calculer précisément la position d'un point par rapport à toutes les structures voisines. C'est pour l'ensemble de ces raisons, que nous avons recherché à développer un modèle implicite.

Le paragraphe suivant présente l'application NAVIS. Il ne s'agit plus dans cette partie de modélisation mais du développement d'une interface graphique qui associe les objets 3D reconstruits et les coupes 2D extraites de l'atlas.

Chapitre 6

Présentation de NAVIS

Ce paragraphe présente l'application, développée en Australie au cours de ma thèse, nommée NAVIS (Neuroanatomical Affiliation Visualization-Interface System) dont la finalité est d'illustrer simplement et de façon didactique l'organisation anatomique du noyau solitaire (Sol) en le replaçant dans son contexte neuroanatomique [PSPW06]. La modélisation 3D est présentée dans le paragraphe précédent et n'est pas abordée ici. Le Sol est constitué de sous-noyaux, chacun émet (reçoit) des projections nerveuses à destination (en provenance) d'autres noyaux. Ces connexions sont indispensables à connaître si l'on s'intéresse à l'anatomie fonctionnelle et aux mécanismes physiologiques sous-jacents. Les travaux scientifiques in situ chez le rat amènent souvent les investigateurs à étudier des coupes tissulaires (histologiques) de l'animal sur lesquelles ils ont menées leurs investigations. NAVIS présente dans une interface unique, les contours 2D, les modèles 3D, les connexions nerveuses entre les structures et le nom de chacune d'entre elles, le tout dans l'espace stéréotaxique de référence. L'autre point fort de NAVIS est la possibilité de facilement mettre à jour la liste des connexions qui évolue au fil du temps en fonction des travaux publiés. De la même manière, l'utilisateur peut représenter un réseau de connexions pour illustrer ses résultats ou faire un cours de neuroanatomie.

Une première partie présente la structure générale de NAVIS. La deuxième présente quelques captures d'écran qui illustrent son fonctionnement.

6.1 La structure générale de NAVIS

La figure 6.1 illustre l'organisation générale de NAVIS. Les données sont structurées sous forme de modules : l'atlas digital (DA) et l'atlas digital avec connexions (DAC).

L'atlas digital (DA)

DA contient les données 2D et les données 3D sous la forme de fichier VTK. La reconstruction de structures anatomiques en 3D a été réalisée à partir de la 5^{ème} édition de *The Rat Brain in Stereotaxic Coordinates 5th Edition* (RBSC5) [PW05]. Les données 2D ont été extraites directement des diagrammes présents dans cet atlas et les données 3D ont été générées à partir des contours contenus dans chaque plan de coupe. Il existe au total plus de 1000 structures identifiées dans l'ensemble de l'Atlas. Pour limiter le nombre de

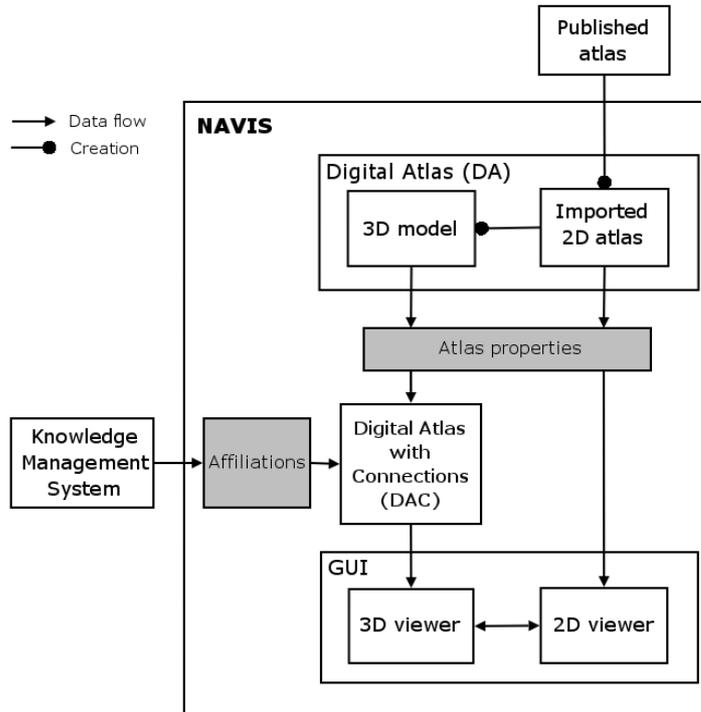


FIG. 6.1 – Organisation générale de NAVIS et flux des données.

structures à reconstruire, seul le système impliquant le noyau solitaire (Sol) a été étudié (environ 50 structures différentes).

RBSC5 contient une série de 161 coupes espacées de $120\mu\text{m}$ chacune provenant d'un même cerveau de rat. Les diagrammes réalisés à main levée dans chaque plan de coupe délimitent les noyaux et les sous-noyaux (cf. figure 5.3). Disponibles dans le CD-ROM accompagnant l'atlas au format EPS (Encapsulated PostScript) ces diagrammes sont directement exploitables. Le côté gauche des diagrammes est reconstruit par miroir car les contours ont été réalisés sur la partie droite seulement des coupes histologiques. Chaque structure dans l'atlas est identifiée par les auteurs suivant une nomenclature reconnue internationalement. Une couleur a été affectée à chaque entité et reportée manuellement dans chaque plan de coupe. Le processus de reconstruction a été présenté en détail dans le chapitre 5.

6.2 Metadata : fichier XML de descriptions

Les fichiers XML sont utilisés dans NAVIS comme média dans la circulation des données entre modules et comme interface avec les bases de données extérieure à NAVIS.

Le fichier contenant les propriétés de l'atlas : *Atlas properties file*

Ce fichier contient des informations générales sur l'atlas (animal concerné, organe concerné, titre, liste des auteurs..) et des informations sur chaque structure anatomique

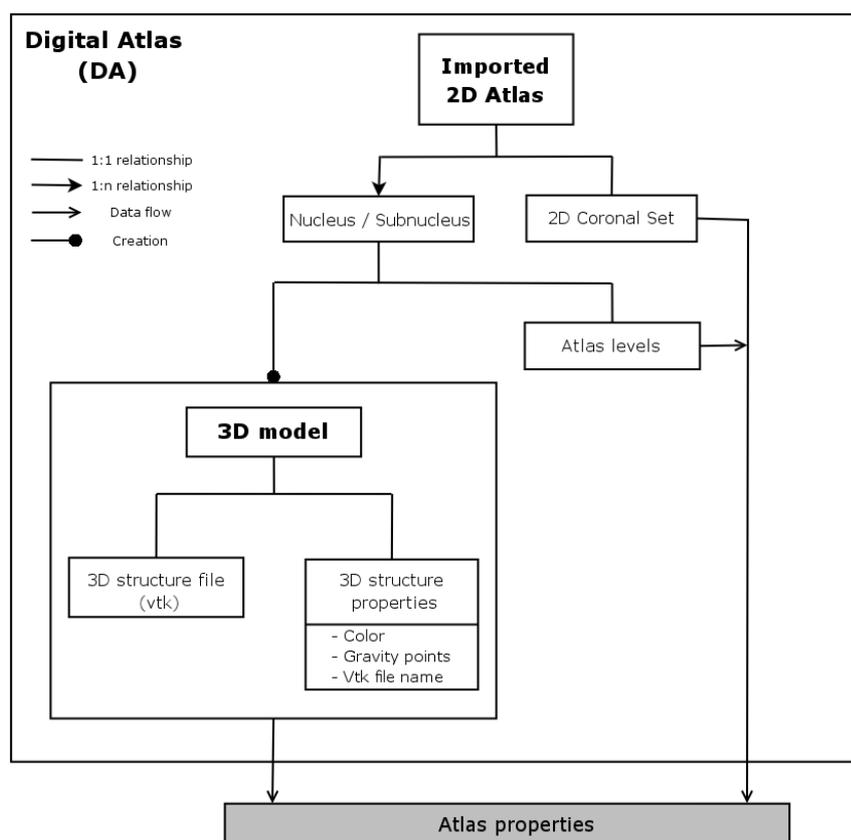


FIG. 6.2 – Organisation interne du module nommé "Digital Atlas" (DA).

incluse. Il présente une organisation hiérarchique, noyaux et sous-noyaux. Pour chacun est stocké un certain nombre d'attributs (nom abrégé, nom complet, couleur, centre de gravité, fichier 3D lié, son caractère pair ou impair). Il est donc simple par le biais de ce fichier d'ajouter ou de retirer des structures de l'atlas digital.

Le fichier décrivant les connexions entre structures : *Affiliations file*

Chaque entrée dans le fichier correspond à une affiliation entre deux structures. Est précisé pour chacun : la structure d'origine et la structure cible, le type de connexion (ipsilatérale, controlatérale, bilatérale), l'importance de la connexion et enfin le lien avec la base de donnée en ligne qui contient d'autres informations comme la liste des publications relatives à cette connexion ou les techniques utilisées pour la mettre en évidence. Ce fichier peut, bien sûr être modifié manuellement, si l'utilisateur souhaite illustrer ses propos ou avancer une théorie sur tel ou tel réseau de connexion. Enfin ce fichier peut être envoyé simplement (vu sa petite taille) à un autre utilisateur de NAVIS qui pourra visualiser en 3D les connexions.

6.3 L'atlas digital avec connexions (DAC)

Par le biais des fichiers précédemment décrits, l'ensemble des informations relatives à l'atlas et aux connexions sont centralisées dans ce module, comme on peut le voir dans la figure 6.1 page 72. Son organisation hiérarchique (organe, noyaux, sous-noyaux) facilite l'accès à l'information. Le DAC peut être mis à jour en cours de fonctionnement, via l'interface graphique, en lisant le fichier XML décrivant les affiliations.

6.4 L'interface utilisateur de NAVIS (GUI)

L'interface graphique (GUI) est composée de trois parties distinctes.

- Une fenêtre 3D qui permet de visualiser et d'inter-agir avec les structures 3D et les connexions. Chaque objet inclus dans le DAC est lié à un fichier VTK qui contient son modèle 3D. En fonction des demandes de l'utilisateur, ces fichiers sont lus et affichés dans la fenêtre 3D (Cadre A dans la figure 6.3).
- Une fenêtre 2D qui permet de visualiser les coupes 2D centrées sur les noyaux visualisés dans la fenêtre 3D. Les coordonnées stéréotaxiques exactes (x,y,z) sont mises à jour à chaque clic de la souris n'importe où sur la coupe affichée. Les diagrammes colorés ainsi affichés sont extraits directement de l'atlas original et permettent donc à l'utilisateur de retrouver, s'il le souhaite, la planche correspondante dans l'atlas (Cadre C dans la figure 6.3).
- Un espace de contrôle et une fenêtre de texte permettent de sélectionner les structures à visualiser et d'afficher les informations complémentaires sur chaque structure (Nom abrégé, nom complet, liste des connexions..) (Cadre B dans la figure 6.3).

6.5 La représentation en 3D des connexions inter-noyaux

L'objectif de NAVIS est avant tout de permettre une illustration simple et didactique de l'organisation anatomique du système nerveux central. D'un point de vue fonctionnel, ce qui importe est de pouvoir retracer le parcours de l'information (circuit) et de visualiser les noyaux impliqués. Nous avons donc décidé de représenter une projection entre deux noyaux par un segment unissant leur centre de gravité.

Le chemin exact que suivent les fibres nerveuses est souvent inconnu. De nouvelles techniques d'imagerie médicale en particulier l'IRM permet, depuis peu, de visualiser les grands faisceaux de fibres et leur trajet. Il s'agit de la *tractographie*¹. Malheureusement la finesse de ces méthodes d'imagerie ne permet pas l'étude des projections d'un noyau ou d'un sous-noyau sélectivement.

D'autres informations concernant ces connexions sont représentées en 3D :

¹La tractographie par IRM en tenseur de diffusion offre, en neuroimagerie, la possibilité d'étudier, in vivo et de manière non invasive, les grands faisceaux anatomiques qui composent l'encéphale et la moelle épinière. En effet, l'IRM en tenseur de diffusion exploite l'effet des inhomogénéités du milieu étudié sur le mouvement des molécules d'eau afin de déterminer pour chaque voxel la direction principale et l'intensité de l'anisotropie. La tractographie reconstruit à partir de ces données la géométrie tridimensionnelle des faisceaux étudiés. Le clinicien pourra dès lors disposer d'informations anatomiques et fonctionnelles précises sur le retentissement de certaines pathologies sur l'organisation de la substance blanche.

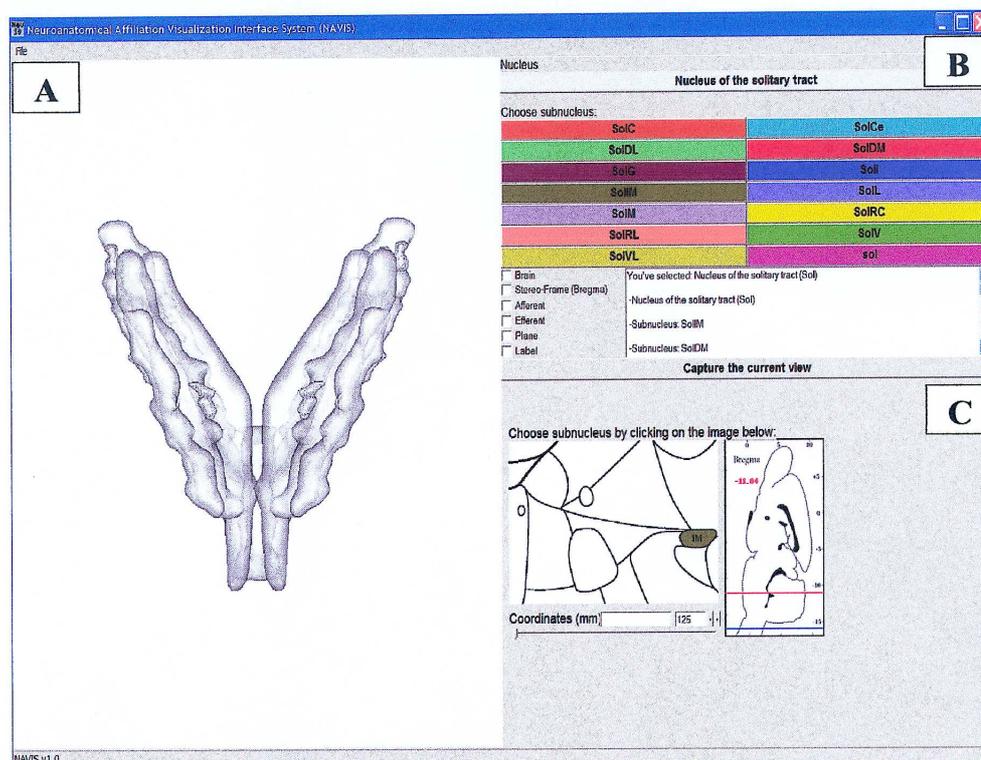


FIG. 6.3 – Capture d'écran de l'interface graphique de NAVIS qui montre (A) le Sol sur une vue de face dans la fenêtre 3D inter-active, (B) le panel de contrôle et (C) la fenêtre contenant les coupes 2D.

- Le type de projection : une structure peut se projeter sur une autre structure de façon ipsilatérale (homolatérale), de façon contro-latérale ou de façon bilatérale. Parfois le type de connexion n'est pas connu. La figure 6.4 (cadre A) illustre ces quatre situations et la représentation graphique choisie.
- L'intensité de la projection : les lignes qui représentent les connexions ont une intensité lumineuse qui est proportionnelle à l'importance (en terme de nombre de fibres impliquées) de cette connexion.
- Afin d'exprimer si une connexion est afférente ou efférente, un cône se déplace le long de la ligne de connexion dans la direction du flux nerveux. La figure 6.4 (cadre B) montre cette animation.

6.6 Utilisation de NAVIS

Le lecteur est invité à utiliser NAVIS qui est en libre chargement à l'adresse suivante : <http://www-evasion.imag.fr/Membres/Olivier.Palombi/>.

L'affichage des structures neuroanatomiques

L'utilisateur peut à travers le centre de contrôle (cf. figure 6.3) sélectionner tel ou tel sous-noyau. La sélection d'une structure, change la transparence de toutes les autres faisant ainsi ressortir dans la fenêtre 3D la structure sélectionnée. La fenêtre 3D offre la possibilité de changer de point de vue, de zoomer et d'animer les structures affichées. L'utilisateur peut faire apparaître des étiquettes attachées à chaque structure présente dans la fenêtre 3D afin d'en faciliter l'identification.

L'affichage des connexions

L'affichage des afférences et des efférences d'une structure sélectionnée, se fait en sélectionnant l'une ou l'autre ou les deux dans le panneau de contrôle (cf 6.3, cadre B). La figure 6.5 montre un exemple impliquant le sous noyau ventral du noyau solitaire et ses afférences.

L'interaction avec les coupes 2D

L'utilisateur à l'aide d'un curseur peut se déplacer à travers tous les plans de coupe qui concernent le *noyau d'intérêt* (figure 6.6). Chaque noyau ou sous-noyau est coloré et identifié par une étiquette. L'utilisateur peut d'un clic activer dans la fenêtre 3D n'importe quelle structure représentée en 2D. Les coordonnées stéréotaxiques exactes du point de clic sont immédiatement actualisées.

La capture d'image

La fenêtre 3D peut être capturée et enregistrée au format JPEG (Joint Photographic Experts Group) à tout moment.

6.7 Environnement de développement

Le langage utilisé pour le développement de NAVIS a été Python 2.3.3 (<http://www.python.org/>). Il s'agit d'un langage de script orienté-objet dont la mise en oeuvre est simple et indépendante de la plateforme de travail. La librairie utilisée pour la visualisation 3D des structures reconstruites et des connexions a été Visualization ToolKit (VTK 2.4.2 : <http://public.kitware.com/VTK/>) qui est une librairie graphique open source en C++. L'interface graphique a été réalisée en utilisant un module d'extension Python nommé wxPython 2.4.1.2 (<http://www.wxpython.org/>) qui interface une librairie inter-plateformes wxWidgets (<http://www.wxwidgets.org/>). Le module python PyXML 0.8.4 (<http://pyxml.sourceforge.net/>) a été utilisé pour le traitement des fichiers XML.

6.8 Contributions et perspectives

Le passage de la 2D à la 3D

L'objectif de NAVIS était de conserver un lien étroit entre la représentation 2D et la représentation 3D. L'espace dans NAVIS dédié à la 2D fait le pont avec la version papier de

l'atlas qui reste une référence et un outil de travail en neurosciences expérimentales. Le lien entre l'espace 2D et l'espace 3D se fait à travers le plan de coupe qui évolue dans les deux espaces mais aussi par l'affichage 3D de structures sélectionnées en 2D. La représentation 3D vient ainsi compléter la vision 2D. Cette approche permet d'illustrer la place que doit, d'après moi, occuper la 3D dans l'enseignement de l'Anatomie.

La visualisation des connexions

Les neurosciences sont face à une quantité astronomique de données morphologiques, anatomiques, physiologiques, biologiques dont la synthèse s'impose. Les bases de données s'enrichissent chaque jour et permettent une centralisation des résultats de recherche. NAVIS s'inscrit dans le besoin de visualiser et de présenter ces données dans leur contexte anatomique.

Perspective pour NAVIS

La construction modulaire et orienté-objet de NAVIS permet de l'utiliser pour d'autres organes que l'encéphale. En collaboration avec le laboratoire du Pr Paxinos un projet est actuellement en cours sur la conception d'un atlas de la moelle épinière du rat que nous espérons pouvoir étendre dans le futur à la moelle épinière humaine.

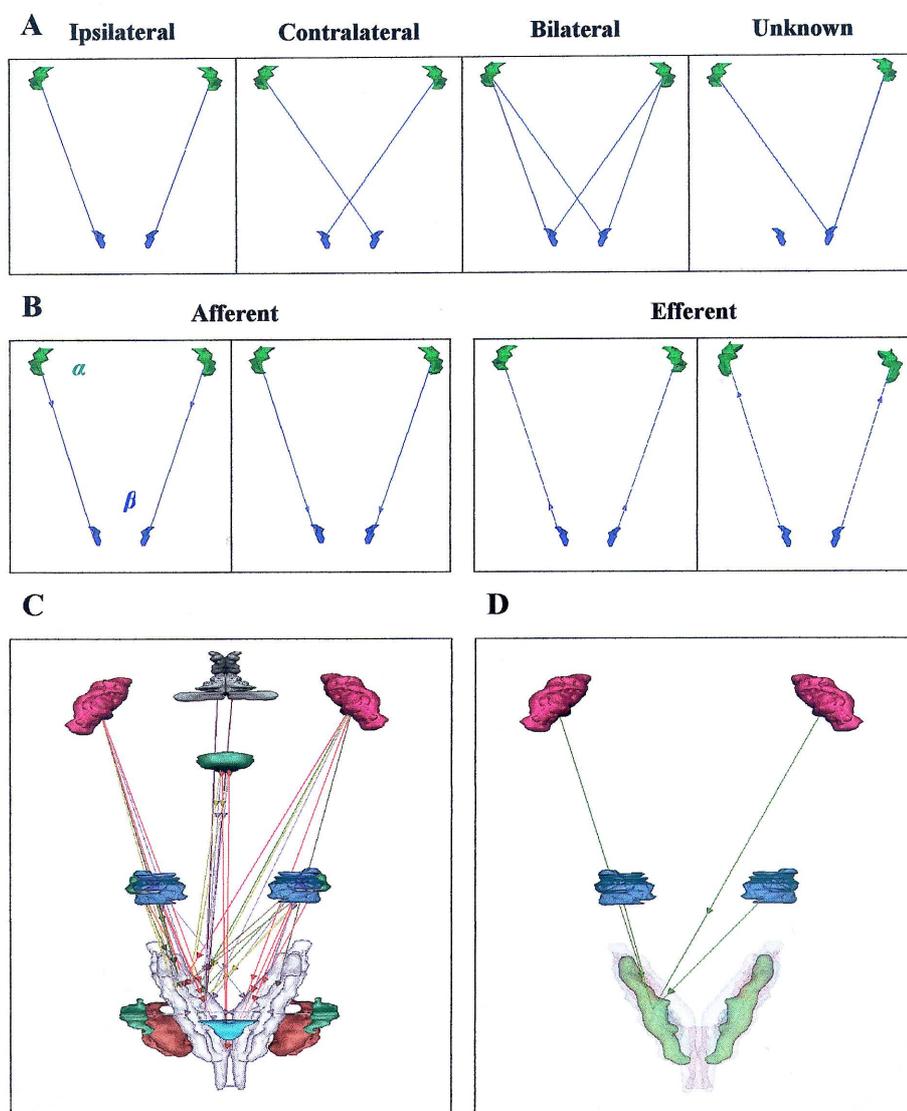


FIG. 6.4 – La représentation 3D des projections nerveuses. Une projection est représentée par un segment qui unit le centre de gravité des deux structures impliquées. (A) montre nos choix faits pour représenter : une connexion ipsilatérale (homolétérale), une connexion controlatérale, une connexion bilatérale et le cas où le type de connexion est inconnu. (B) montre l'animation mise en œuvre pour représenter des projections afférentes et des projection efférentes. Un petit cône animé se déplace d'une structure à l'autre en fonction de la direction du flux nerveux (α se projette sur β), (C) représente les projections afférentes du Sol provenant d'autres noyaux, (D) représente sélectivement les afférences qui se projettent sur le sous-noyau du Sol nommé le SolV (Noyau solitaire ventral).

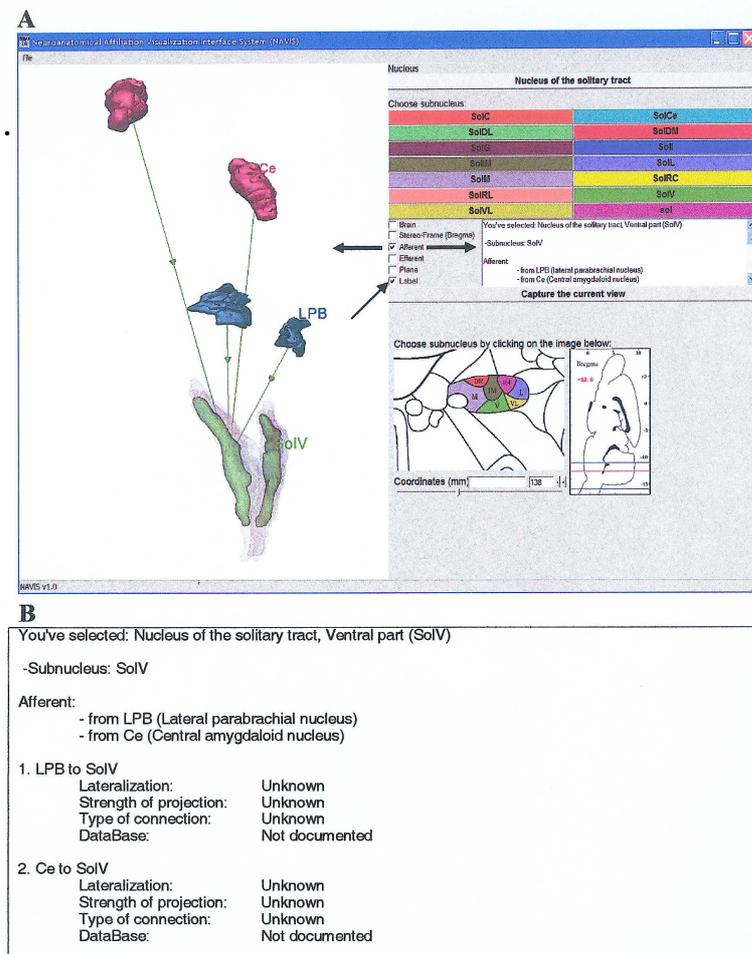


FIG. 6.5 – Les projections afférentes du sous-noyau ventral du Sol (SolV) (A) En cliquant sur l'option "Label" (la plus petite flèche), le nom abrégé des structures affichées dans la fenêtre 3D s'affiche à proximité. En cliquant sur l'option "Afferent", les projections afférentes sont affichées en 3D et des informations complémentaires s'affichent dans la boîte d'informations (cf. les deux grosses flèches), (B) Le détail des afférences en format texte affiché dans la fenêtre d'informations.

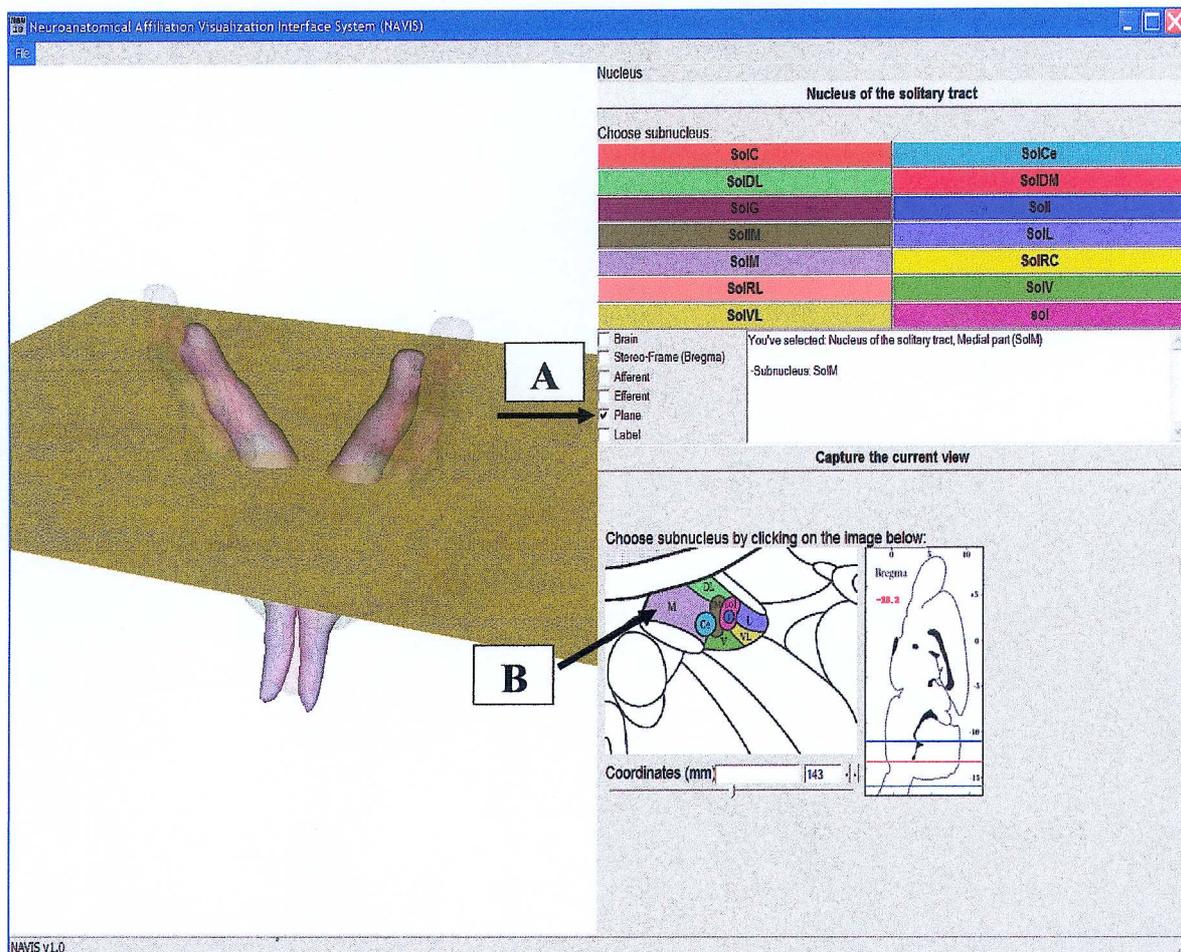


FIG. 6.6 – Coordination entre les informations 2D et les informations 3D. (A) Il est possible d'afficher le plan de coupe (sélectionné dans la fenêtre 2D) dans la fenêtre 3D. Ce plan va se déplacer dans l'espace 3D en fonction du plan 2D sélectionné. (B) Sur l'image 2D, un clic sur l'une des structures colorées permet d'activer son modèle 3D dans la fenêtre 3D. Le sous-noyau représenté ici, est le SolM.

Troisième partie

Reconstruction Implicite

Introduction

Cette partie est consacrée à la reconstruction 3D à partir de contours 2D à l'aide de surface implicite.

L'analyse structurelle d'une image 2D discrète, proposée au chapitre 2, concentre les propriétés géométriques de la forme étudiée dans une structure appelée **axe médian** (AM). L'AM ainsi calculé contient les informations géométriques (suffisantes pour reconstruire la forme initiale) mais cette transformation n'est pas homotopique (la topologie entre la forme initiale et l'AM est altérée). Le premier chapitre de cette partie (chapitre 7) montre comment à partir de l'AM et de la carte de distance un squelette continu (nommé **g-squelette**) peut être calculé. Le chapitre suivant (chapitre 8), se concentre sur la transformation du **g-squelette** en **i-squelette**. Le caractère réversible de l'**i-squelette** est étudié ainsi que la reconstruction du contour en utilisant des surfaces de convolution à rayons variables. Le dernier chapitre de cette partie (chapitre 9) est consacré à la 3D. Les surfaces implicites générées à partir des **i-squelettes** (contenus dans chaque plan de coupe) sont mélangées dans l'espace inter-plan pour former une surface continue.

Chapitre 7

Calcul du g-squelette

L'objectif est de générer à partir de l'axe médian et de la carte de distance d'une forme discrète un squelette qui contient les propriétés géométriques et topologiques de cette dernière. Ce squelette est nommé g-squelette¹.

7.1 Propriétés du g-squelette

Nous allons donner ici la liste des propriétés du g-squelette :

Définition 10 (g-Squelette) *Soit S un g-squelette, il est caractérisé par les propriétés suivantes :*

1. S est centré dans l'objet.
2. S est homotope à la forme.
3. S est l'union d'épaisseur 1, de 8-arcs et 8-courbes [Ros73].
4. Les points de S sont étiquetés à leur distance au fond.
5. S inclut presque tous les points de l'axe médian ²

Il est possible à partir de l'axe médian et de la carte de distance de générer un squelette homotope à la forme (g-squelette). L'axe médian contient les propriétés géométriques de la forme mais n'est pas homotope à cette dernière. La table de distance permet de corriger le caractère discontinu de l'AM, en calculant la ligne médiane (LM), et de rendre, ainsi, le processus de squelettisation homotopique.

7.2 Calcul de la ligne médiane

L'axe médian après extraction est un ensemble de points dont la connexité n'est pas assurée. La ligne médiane est, par définition, une structure continue qui va traverser l'axe médian. Un suivi de gradients permet de propager des chemins dans la carte de distance. Il existe, parfois, des crêtes infranchissables dans la carte de distance où la propagation bute (il s'agit le plus souvent de points inclus dans l'axe médian). Ces crêtes sont constitués

¹'g' pour géométrique, il s'agit d'un squelette pondéré ou ponctuel.

²L'inclusion complète est incompatible avec le 3ème point

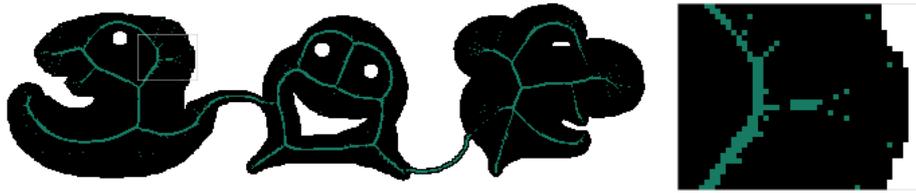


FIG. 7.1 – Axe médian (vert) extrait d'une carte de distance, chanfrein $d_{5,7,11}$. A droite de l'image : zoom sur le cadre (gris) de la figurine la plus à gauche.

de ce que l'on appelle des *points selles* (la définition est donnée plus loin). Le parcours à travers la carte de distance impose, donc, la détection préalable des points selles. La propagation des chemins se fait ensuite avec un suivi de gradients en partant idéalement des points selles (s'ils existent), sans que cela soit une obligation.

7.2.1 Détection des points selles

Définition 11 (Points selles) *Les points selles dans une carte de distance correspondent aux crêtes connectant deux parties de la carte de distance comportant des poids plus grands.*

Le plus souvent les points selles sont des points de l'axe médian mais pas systématiquement (En particulier au niveau des extrémités de ces crêtes [Arc93]). Il est donc important de les détecter.

Un point p , ne faisant pas parti de l'axe médian, est un point selle s'il remplit l'une au moins des conditions suivantes :

- Le 8-voisinages de p comprend plus d'une composante 4-connecte de points plus petits que p . Soit $X_4(n_i < p) > 1$ où X_4 correspond au 'crossing number' (cf. paragraphe 2.1.3).
- Le 8-voisinages de p comprend plus d'une composante 8-connecte de points plus grands que p . Soit $C_8(n_i > p) > 1$ où C_8 correspond au 'connectivity number' (cf. paragraphe 2.1.3).
- Le poids de l'un des triplets suivants sont égaux à p : $(n_0(p), n_1(p), n_2(p))$, $(n_2(p), n_3(p), n_4(p))$, $(n_4(p), n_5(p), n_6(p))$, $(n_6(p), n_7(p), n_0(p))$.

La figure 7.2 illustre, pour une forme simple, ces différents points selle.

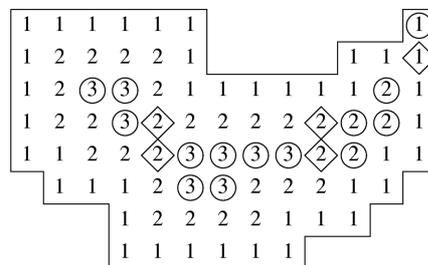


FIG. 7.2 – Carte de distance d_8 , axe médian (cercles) et points selles (losanges) de types 2, 3, 1 de gauche à droite d'après [Thi94]

7.2.2 Propagation des chemins suivant les gradients positifs

En général, l'ensemble constitué par des points de l'axe médian et les points selles n'est pas connecté. Des points doivent donc être ajoutés pour construire la ligne médiane (LM). A partir d'une carte de distance caractérisée par des distances de chanfrein, la propagation de chemins est réalisée suivant les gradients positifs.

Soit p un point de l'axe médian, son voisinage, noté $N(p)$, contient au plus 2 composantes 8-connexes de points plus grands que p . Le voisin $n_i(p)$ qui maximise le gradient dans sa composante est marqué comme premier point du chemin. De là, les voisins $n_k(n_i(p))$ sont inspectés pour trouver le prochain point (plus grand que $n_i(p)$), nécessairement unique, qui continuera le chemin. Le tracé du chemin se produit sur le plus grand gradient, tant que des points possédant un gradient positif sont trouvés.

Le masque de chanfrein, que nous avons choisi d'utiliser est présenté dans la figure 2.8 et se note $d_{5,7,11}$. Pour chaque voisin $n_i(p) > p$, le gradient est $grad_i = [n_i(p) - p]/v_i$ avec $v_i = 5, 7, 11$. Dans la cas du masque $d_{5,7,11}$, trois points peuvent maximiser le gradient. Pour suivre le gradient, on doit accepter le voisin, dont le gradient est le plus important, en priorité, pour la propagation. On rajoute, s'il y a lieu, le voisin intermédiaire connexe du masque (celui qui a le plus fort gradient) pour respecter la 8-connexité du chemin.

7.2.3 Remplissage des faux trous

Les faux trous peuvent avoir comme origine l'axe médian (cf paragraphe 2.4.3) ou apparaîtraient lorsque des chemins propagés parallèles se rencontrent. Ces faux trous sont de 1 ou 2 pixels.

Définition 12 (faux trou) *Un point p appartient à un faux trou si l'une des conditions suivantes est remplie :*

- $p \notin LM, \{n_0(p), n_2(p), n_4(p), n_6(p)\} \subset LM$
- $p \notin LM, \{n_0(p), n_2(p), n_3(p), n_5(p), n_6(p), n_4(n_4(p))\} \subset LM$
- $p \notin LM, \{n_0(p), n_2(p), n_4(p), n_5(p), n_7(p), n_6(n_6(p))\} \subset LM$

A ce stade du calcul du squelette, la ligne médiane obtenue est 8-connexe, homotope et comprend tous les points de l'axe médian mais n'est pas d'épaisseur 1.

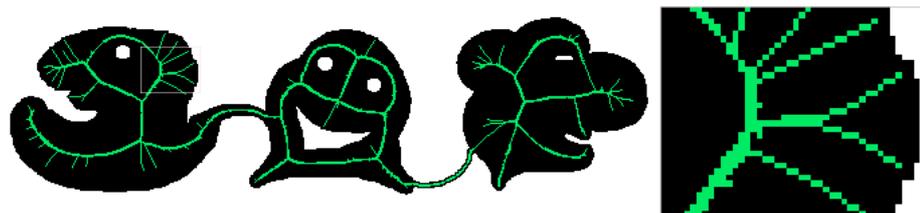


FIG. 7.3 – Ligne médiane (verte), O point selle et 5 faux trous détectés dans cet objet. A droite de l'image : zoom sur le cadre (gris) de la figurine la plus à gauche.

7.2.4 Calcul du g-squelette à partir de la ligne médiane

La réduction à l'épaisseur 1 de la ligne médiane correspond au g-squelette tel qu'il est défini. En appliquant des opérations séquentielles de suppression convenablement choisies,

la topologie et la longueur des branches peuvent être conservées. Il existe des formes irréductibles de ligne médiane qui sont rapportées dans [Eck88]. Deux passages sont réalisés successivement :

S correspond à l'ensemble des points restant à un moment donné.

Un point p est supprimé lors du premier passage dans S s'il satisfait les conditions CO et $C1$.

- CO : Au moins un triplet de voisins $n_i(p), n_{i+2}(p), n_{i+5}(p)$ existe ($i = 0, 2, 4, 6$, addition modulo 8) ; tel que $n_i(p)$ et $n_{i+2}(p) \in S$ alors que $n_{i+5}(p) \notin S$. Cette condition préserve la topologie et évite le raccourcissement des branches.
- $C1$: Au moins un 4-voisin de p n'appartient pas à LM (original). Cette condition centre le squelette dans LM .

Un point p est supprimé lors du deuxième passage dans S s'il satisfait les conditions CO (précédemment définie) et $C2$.

- $C2$ Au moins un 4-voisin de p n'appartient pas à S (points restants à cet instant). Cette condition préserve la topologie.

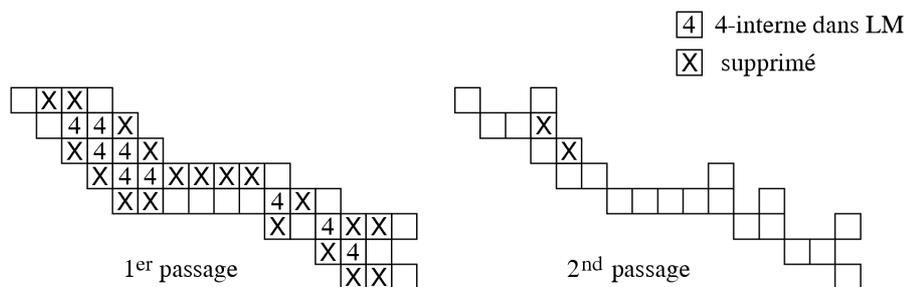


FIG. 7.4 - Réduction de la ligne médiane à l'épaisseur 1 d'après [Thi94].

Le nombre de points ainsi supprimés peut être très important. Cette réduction à l'épaisseur 1 est à l'origine de la suppression de certains points de l'axe médian ce qui fait, qu'à ce stade, la transformation n'est plus totalement réversible.

7.3 Le g-squelette

Nous avons, ainsi, un g-squelette qui contient les informations géométriques et topologiques de la forme initiale. Un exemple est montré dans la figure 7.5. Il correspond en réalité à la ligne médiane réduite à l'épaisseur 1 où chaque point qui la constitue est étiqueté par sa distance au bord. Le g-squelette contient pratiquement tout les points de l'AM et est homotope à la forme car la discontinuité de l'AM a été corrigé, en calculant la ligne médiane. Le g-squelette est ponctuel. Il présente la même topologie que la forme initiale et permet de reconstruire le contour de cette dernière (réversible). Dans le chapitre suivant, le g-squelette va être converti en i-squelette. Il s'agit d'un processus d'embellissement et de structuration du squelette afin d'obtenir des segments connexes où les deux extrémités sont étiquetées par leur distance au bord.

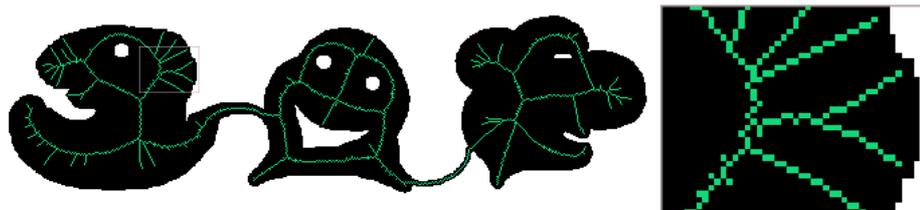


FIG. 7.5 – *g-squelette (vert), à droite de l'image : zoom dans la cadre (gris) de la figurine de gauche*

Chapitre 8

Calcul de l'i-squelette à partir du g-squelette.

Ce chapitre est consacré à la transformation du g-squelette en i-squelette.

8.1 Description du processus

La première étape consiste à simplifier au maximum le g-squelette sans perdre l'information topologique et géométrique de l'objet initial. La deuxième étape consiste à convertir le squelette constitué de points en squelette constitué de segments, il s'agit de la polygonisation. La troisième et dernière étape consiste à exporter sous forme standardisée les squelettes qui seront utilisés pour reconstruire l'objet en 3D.

8.2 Nomenclature utilisée

Définition 13 *Au niveau des pixels, au sein du squelette, existe trois types de points (ou attributs) :*

- *un point extrémité a une unique composante 4-connexe de voisins dans le squelette. Il est noté "E".*
- *un point standard a exactement 2 8-voisins dans le squelette. Il est noté "N".*
- *le point de branchement (noeud), non-extrémité, a au moins 3 8-voisins dans le squelette. Il est noté "K"¹.*

8.3 Embellissement du squelette

L'algorithme d'amincissement que nous utilisons provoque de nombreux 'zigzags' et 'dents' (cf figure 8.2). Les modifications apportées au squelette à ce niveau ont pour objectif de simplifier structurellement le squelette pour faciliter le parcours ultérieur de ce dernier et sa polygonisation.

¹"k" pour knot.

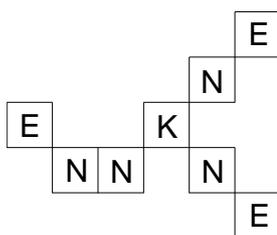


FIG. 8.1 – Types de points : *E* point extrémité, *N* point standard et *K* point de branchement.

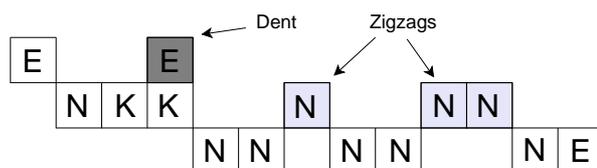


FIG. 8.2 – 'Zigzags' et 'dents'.

Le processus de simplification implique la suppression et/ou le déplacement de points du squelette. Certaines modifications sont à l'origine d'un changement d'épaisseur locale du squelette. Cela impose une réévaluation des attributs (*N*, *E* ou *K*) des points du squelette après chaque changement. De multiples passages, à travers le squelette, s'imposent avant d'aboutir à la forme la plus simple possible.

Il existe quatre types de simplifications qui sont détaillées dans les paragraphes suivant : (1) suppression des 'dents', (2) lissage des 'zigzags' d'un pixel de long, (3) lissage des 'zigzags' de plus d'un pixel, (4) suppression des branches de longueur 1 pixel de type *N* et (5) des branches de longueur 1 pixel de type *K*.

L'enchaînement qui permet un nombre minimal de passage à travers le squelette et qui est apparu le plus robuste est le suivant :

1. Lissage des 'zigzags' d'un pixel de long
2. Suppression des 'dents'
3. Lissage des 'zigzags' de plus d'un pixel de long
4. Suppression des branches de longueur 1 pixel de type *N*
5. Normalisation des terminaisons de branches
6. Suppression des 'dents'
7. Suppression des branches de longueur 1 pixel de type *N*
8. Suppression des branches de longueur 1 pixel de type *K*

Il est certainement possible d'améliorer ce processus de simplification. Les passages itératifs à travers le squelette sont coûteux et non justifiés pour les parties du squelette non modifiées.

8.3.1 La suppression des dents

Les 'dents' sont des points générés par le processus de réduction à l'épaisseur 1 (chapitre 7.2.4 page 87). Il s'agit de supprimer du squelette les points E qui ont un point K dans leur voisinage (cf figure 8.2).

8.3.2 La correction des zigzags de longueur 1 pixel

Un point p n'ayant dans S que 2 voisins $n_i(p)$ et $n_{i+2}(p)$ ($i = 1, 3, 5, 7$, addition modulo 8) est supprimé de S , au profit de son voisin $n_{i+1}(p)$ qui est inclus dans S à la place de p . Il est posé comme condition supplémentaire que $n_{i+1}(p)$ fasse parti de la ligne médiane. Les quatre configurations possibles sont représentées figure 8.3.

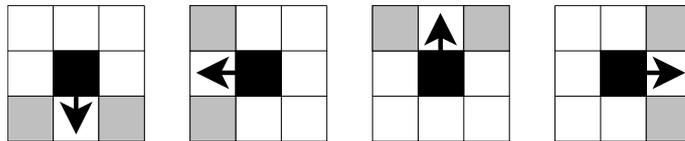


FIG. 8.3 - Les 4 types possible de zigzags de longueur 1 pixel.

8.3.3 La correction des zigzags de longueur supérieure à 1 pixel

Une succession de points 4-connexes non K et non E tous verticaux (ou tous horizontaux) dans S dont les deux extrémités sont 8-connexes avec deux points dans S sont translattés ensemble. Après translation ces mêmes extrémités deviennent 4-connexes avec le reste du squelette. Il est posé comme condition que les points après translation fassent partis de la ligne médiane. La figure 8.4 illustre la correction d'un zigzag horizontal de longueur 4 pixels.

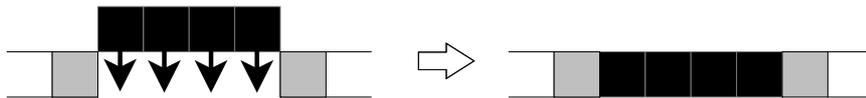


FIG. 8.4 - Correction d'un zigzag horizontal de 4 pixels.

8.3.4 La suppression des branches de longueur 1 pixel

Deux configurations d'embranchements particulières sont rencontrées quand l'une des branches naissantes fait une longueur d'un pixel seulement. La figure 8.5 illustre ces deux situations. Il s'agit soit (a) d'un point N ou (b) d'un point K qui présente dans son voisinage deux point k connexes. La suppression de ce pixel transforme les deux point K connexes en point N, ce qui simplifie le squelette. Dans le cas où le pixel à supprimer est lui-même un point K (segment de squelette (b) de la figure 8.5), il existe deux point K qui ont chacun 3 point K comme voisinage. Un de ces deux points est supprimé, de façon arbitraire, au cours du processus de simplification.

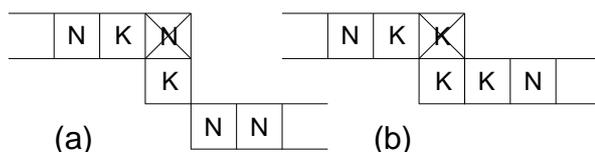


FIG. 8.5 – Suppression des branches d'un pixel de long, (a) le point à supprimer est un point N , (b) le point à supprimer est un point K .

8.3.5 Simplification des terminaisons de branche

Il peut apparaître au cours du processus de simplification que certaines terminaisons de branche présentent plusieurs points E . La figure 8.6 illustre cette situation à travers deux exemples. Une fois ce type de configuration en fin de branche détectée, un seul point extrémité est conservé de façon la plus rectiligne.

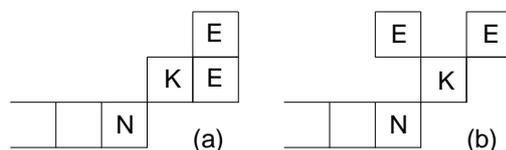


FIG. 8.6 – Exemple d'extrémités multiples à la terminaison d'une branche

8.4 Structuration et Polygonisation du squelette

Le squelette pondéré après simplification reste un ensemble de points définis par (a) leurs coordonnées (x, y) , (b) leur distance au bord de la forme et par (c) leur attribut qui définit son statut par rapport aux points qui lui sont connectés dans le squelette (E, N, K). La structuration du squelette va extraire à partir de ces informations des ensembles plus grands de points, que l'on nomme des *branches*. Une branche est proche d'un arc tel qu'il est défini page 26. Cette structuration permet de sortir de la dimension du pixel (et de son voisinage connexe) pour donner une information topologique et géométrique à l'échelle de l'objet.

Définition 14 (Branche) Une branche est un chemin de points- N dont les points extrémité sont soit des point- E soit des point- K .

Une branche dont les deux extrémités sont des point- E est un arc. Le plus souvent les branches sont constituées d'une extrémité de type E et une extrémité de type K qui connecte cette branche au reste du squelette. Parfois les deux extrémités sont des point- K , ce qui signifie que cette branche est entièrement située sur la partie centrale du squelette.

Définition 15 (Arbre) Un arbre est un ensemble de branches connexes définies dans un espace $2D$. Un arbre correspond au squelette d'un objet (ou forme) défini dans une image vectorielle. (Un objet est un ensemble de pixels connexes, la définition d'un objet est donnée page 25).

Définition 16 (Squelette) *Le squelette de la section d'un objet 3D dans un plan de coupe est un ensemble d'arbre. Cet ensemble peut être réduit à un seul arbre. C'est le cas où l'objet étudié intersecte le plan en un seul endroit.*

8.4.1 La conversion du squelette en branches

Cette étape consiste à extraire du squelette pondéré, une fois simplifié, les branches qui le constituent. Le regroupement des points du squelette en branches, structure le squelette en régions. L'algorithme de conversion est présenté dans l'encadré suivant :

- Le squelette restant est noté S (au début chaque point de S est étiqueté point-E ou point-N ou point-K)
- On note b_k la branche courante (au début $k = 1$)
- On note p le point courant
- Tant que tous les points du squelette ne sont pas inclus dans une branche alors :
 - Si il n'existe pas de point-E dans S (S est constitué d'une ou plusieurs courbes) :
 - Suppression temporaire d'un point du squelette (idéalement un point-K).
 - S'il existe un point-E dans S :
 - $k = k + 1$, une nouvelle branche est créée
 - p est le point de S connecté au point-E sélectionné
 - Tant que p n'est pas un point-K : p est ajouté à b_k
- les étiquettes des points dans S sont réévaluées

L'ensemble du squelette est ainsi converti. A la fin de cette étape le squelette est constitué de branches, elles mêmes constituées de points. L'étape suivante va consister à polygoniser chacune de ces branches.

8.4.2 Le regroupement des branches en arbres

Cette dernière étape consiste à regrouper par ensemble, nommé **arbre**, les branches connexes. L'intersection d'un plan et d'un objet 3D complexe peut se faire en différentes régions distinctes créant, ainsi, dans le plan de coupe plusieurs formes. Dans le squelette 2D extrait du plan de coupe, chaque forme sera représentée par un arbre lui même constitué de branches connexes. Cette structuration en arbre est importante pour la reconstruction inter-plans des surfaces implicites.

8.4.3 Polygonisation des branches

L'élément géométrique de base qui va constituer l'i-squelette des surfaces implicites est le segment (cf chapitre 3.7.2). L'organisation du squelette en branches et en arbres structure le squelette et permet sa manipulation de façon plus intuitive. Néanmoins, les branches sont restées une liste de points connexes. La polygonisation des branches a le

double intérêt de générer les segments de squelette de la surface implicite et de réduire la quantité des données à manipuler.

Pour réaliser la polygonisation des branches, nous avons appliqué l'algorithme présenté dans la thèse de J.Vittone [Vit99] sous une forme simplifiée. Sa méthode est abordée dans le chapitre 5.3 car elle est, aussi, utilisée pour polygoniser les contours extraits de l'atlas stéréotaxique du cerveau de rat.

Chaque branche du squelette est parcourue d'une extrémité à l'autre et convertie en segments connexes. Ne sont gardés comme rayon d'influence que les rayons des deux points extrémités de chaque segment. Cela est à l'origine d'une perte d'information. Le fait de ne retenir que le rayon des points extrémité lisse de façon linéaire les rayons d'influence d'une extrémité à l'autre. En pratique cette simplification est sans conséquence pour les structures biologiques et anatomiques, en particulier, qui sont étudiées ici, mais elle doit être gardée en mémoire si cette technique de squelettisation est appliquée à des structures plus linéaires où le long d'un même segment les rayons d'influence peuvent varier de façon non linéaire. Dans ce cas, une étude de la variation des rayons d'influence le long du segment peut être ajoutée et en cas de variation non linéaire du rayon d'influence couper ce segment en sous segments respectant la contrainte de linéarité.

8.5 Exemple d'i-squelettes

La figure 8.7 illustre les différentes étapes de squelettisation pour un objet simple.

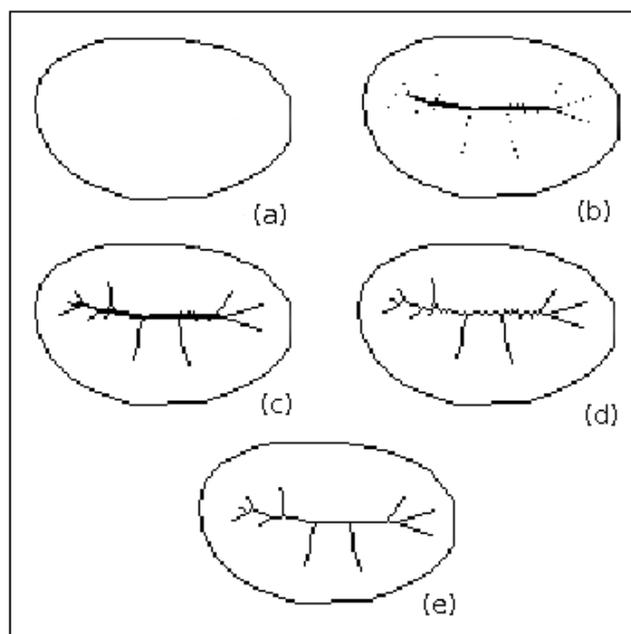


FIG. 8.7 - Les étapes de squelettisation : (a) contour initial, (b) axe médian, (c) ligne médiane, (d) réduction à l'épaisseur 1 pixel du squelette, (e) squelette final après simplification.

La figure 8.8 représente le squelette final pour un objet plus complexe.

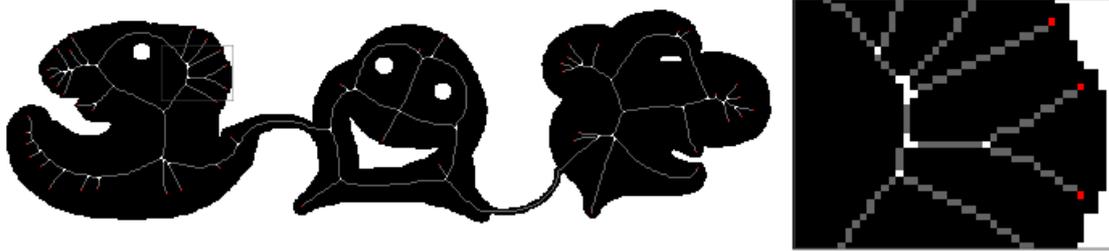


FIG. 8.8 – Squelette 2D après traitement : point-E en rouge, Point-K en blanc et Point-N en gris (détail dans cadre gris à droite)

8.6 Reconstruction implicite en 2D à partir de l'i-squelette

Dans ce paragraphe, nous allons chercher à reconstruire la forme initiale à partir de l'i-squelette. Il s'agit de prouver la pertinence de notre méthode.

Pour répondre à cette question, il faut, en premier lieu s'assurer que le processus de squelettisation qui débouche sur l'i-squelette est réversible. Dans un deuxième temps le contour reconstruit (intersection du plan de l'image et de la surface implicite) est comparé à la forme initiale.

8.6.1 Étude de réversibilité du processus de squelettisation

Le processus global qui débouche sur l'i-squelette peut être récapitulé de la façon suivante :

1. De la forme, la carte de distance et l'axe médian sont extraits
2. De la carte de distance et de l'axe médian le g-squelette est créé,
3. Du g-squelette, un i-squelette est calculé,
4. A partir du i-squelette une surface est construite par une technique de convolution à rayon variable.

Jusqu'à l'étape 2 incluse, le processus de squelettisation est parfaitement réversible. Par définition l'axe médian est le centre des boules maximales contenues dans la forme. La sommation de toutes ces boules restitue la forme initiale. Le g-squelette contient la quasi-totalité des points de l'axe médian, les points supplémentaires corrigent le caractère discontinu de l'axe médian et sont toujours inclus dans une boule plus grande dont le centre fait parti de l'axe médian. La réversibilité est donc conservée jusque là. Quelques remarques sont néanmoins à faire ici :

- **La carte de distance** : Une approximation est faite au niveau de l'élaboration de la carte de distance. Les distances de chanfrein sont une approximation de la distance euclidienne. Le taux d'erreur relativement à la d_E est de 2,5% pour le chanfrein $d_{5,7,11}$ [Thi94].
- **La réduction de la ligne médiane à l'épaisseur 1** : La ligne médiane contient tous les points de l'axe médian avant d'être réduite à l'épaisseur 1. Durant l'amin-cissement, des points de l'axe médian peuvent être retirés. Le squelette conserve

l'information géométrique en incluant un point connexe dont le poids est proche de celui supprimé.

- **La simplification (embellissement) du squelette** : De la même manière, les modifications du squelette impliquent, le plus souvent au cours de ce processus, des points connexes. L'influence de ces modifications reste modérée à l'échelle de l'objet tout entier.

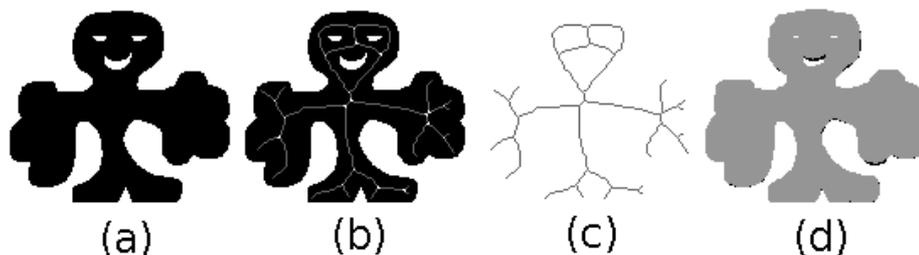


FIG. 8.9 – Illustration de la réversibilité du *g*-squelette : (a) forme initiale, (b) forme initiale et son *g*-squelette, (c) le *g*-squelette seul et (d) la forme reconstruite, en gris par, dessus la forme initiale.

L'étape 3 correspond à la polygonisation du squelette. C'est, sûrement, à ce niveau que se déroulent les plus grandes modifications et que le caractère réversible du squelette peut être altéré. En effet, lors du processus de polygonisation les poids retenus sont uniquement les poids du premier et du dernier point qui constituent le segment. Toute l'information de distance au bord pour les autres points du segment sont perdus. En pratique, sur les reconstructions anatomiques obtenues cette simplification ne semble pas avoir de conséquence. Cela tient au fait que les structures anatomiques sont des objets complexes dont les squelettes sont des courbes. Cette approximation ne serait certainement pas valable dans le monde industriel en particulier sur les objets manufacturés qui présentent des formes rectilignes. La figure 8.10 montre le caractère réversible de l'*i*-squelette. Dans cette image, seules les boules centrées sur les extrémités des segments sont représentées par dessus la forme initiale. Les trous dans la forme reconstruite correspondent aux boules maximales dont le centre est inclus dans un segment et qui n'ont pas été représentées.

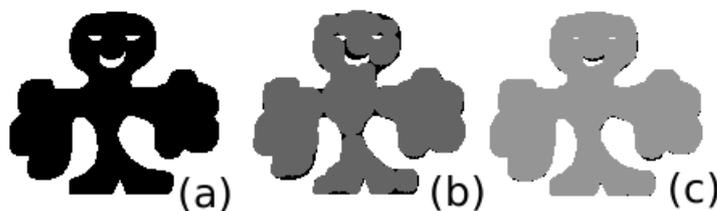


FIG. 8.10 – Réversibilité de l'*i*-squelette : (a) forme initiale, (b) forme initiale recouverte par les boules maximales dont le centre est une extrémité de segment, les boules dont le centre est inclus dans un segment à l'exclusion des extrémités ne sont pas représentées, (c) forme initiale recouverte par toutes les boules déduites de l'*i*-squelette (les boules dont le centre n'est pas un point extrémité ont pour rayon le résultat de l'interpolation linéaire entre les rayons des extrémités du segment qui le contient).

Nous venons de montrer que l'i-squelette, comme le g-squelette, est réversible. Dans le paragraphe suivant, le contour va être reconstruit, non pas en sommant les boules, mais en réalisant une convolution à rayon variable le long de l'i-squelette.

8.6.2 Le contrôle de rayon des surfaces de convolutions

Est-il possible de reconstruire exactement la forme initiale en utilisant des surfaces de convolutions à partir de l'i-squelette de la forme ? A notre connaissance cette question reste ouverte et nous avons tenté d'y répondre dans cette thèse.

L'une des difficultés dans l'utilisation des surfaces de convolutions, à cause de ses modalités de calcul (intégrale le long d'une primitive) est de contrôler la position finale de la surface autour du squelette. Prenons le cas d'un i-squelette constitué d'un seul segment. Ses deux extrémités sont étiquetées par leur distance au bord. La forme et la surface de convolution reconstruite sont représentées dans la figure 8.11.

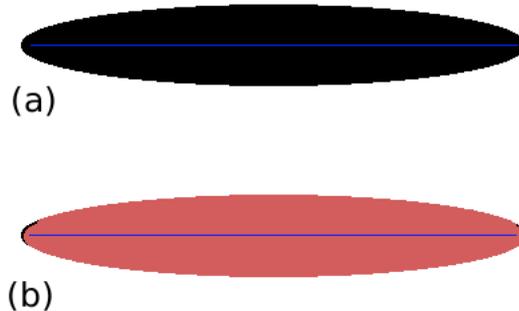


FIG. 8.11 – Surface de convolution reconstruite à partir d'un i-squelette : (a) la forme initiale est représentée en noir, la ligne tracée en bleu au centre de la forme correspond à l'i-squelette (un segment unique). (b) correspond à la forme reconstruite par intersection du plan contenant la forme initiale et la surface de convolution générée à partir de l'i-squelette. On constate que le bord reconstruit est très proche du bord initial.

Que se passe-t-il si l'i-squelette est constitué de plusieurs segments connexes ? La figure 8.12 montre le résultat de la convolution le long de ce squelette.

La concordance entre la forme initiale et l'iso-surface reconstruite, à partir de i-squelette, est quasi parfaite sur un squelette constitué d'un segment seulement (cf. figure 8.11). Dans ce cas particulier, le potentiel en un point p de l'espace de travail est le résultat de la convolution le long du segment unique. Dans le cas, où plusieurs segments existent, le potentiel en p est la somme des contributions de tous ces segments. Cela éloigne l'iso-surface des bords de la forme initiale (cf figure 8.12).

Le contrôle de la position finale de la surface de convolution reconstruite est un élément fondamental si l'on veut utiliser un i-squelette comme squelette de convolution. Il faut donc faire converger exactement la surface vers un rayon donné. Deux fonctions potentiel permettent ce contrôle, (1) la fonction Gaussienne de Bloomenthal [Blo95b] et (2) la nouvelle fonction présentée par Hornus et al. dans [HAC03] introduite plus haut et que

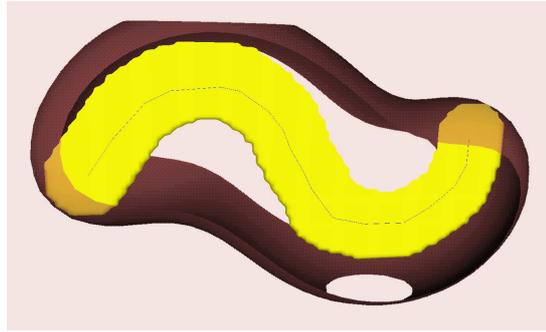


FIG. 8.12 – Surface de convolution le long d'un squelette constitué de plusieurs branches. La forme est représentée en jaune, l'i-squelette est représenté en bleu et la surface reconstruite (rouge) n'est pas représentée complètement. La convolution génère une iso-surface à distance du contour initial.

nous avons choisi d'utiliser dans cette thèse. Oeltze et al. [OP04] propose une version modifiée de la fonction Gaussienne de Bloomenthal en ajustant l'iso-valeur et le coefficient de largeur (*width coefficient*) afin que la surface de convolution converge vers un rayon donné. Le choix de ces *nombres magiques* dépend des structures reconstruites. Dans [OP04], les auteurs cherchent à reconstruire des arbres vasculaires de rayons quasi constants. Ils ont défini une iso-valeur valable pour les objets sur lesquels ils travaillent.

Jin et al. proposent dans [JT02] une solution analytique avec une fonction potentiel variable le long de squelettes constitués de segments, d'arcs et de courbes splines (*quadratic spline*). La distribution du poids de la fonction potentiel le long du squelette n'est pas linéaire d'une extrémité à l'autre mais suit une distribution polynomiale contrôlée par quatre points. Les possibilités de modélisation sont ainsi largement étendues. Malheureusement le contrôle de la surface résultante est difficile. En particulier, il n'y a aucun moyen simple de spécifier un rayon. Après implémentation de l'algorithme présenté dans [JT02]¹, le contrôle des rayons s'est avéré très difficile voire impossible.

Revenons à la fonction potentiel présenté par Hornus et al. [HAC03]. Pour contrôler les rayons avec cette fonction potentiel, nous proposons une solution simple et facile à mettre en œuvre. Nous avons constaté qu'en prenant comme rayons pour chaque segment de l'i-squelette, non pas la distance au bord, mais la racine carré de cette distance au bord, on obtient une reconstruction satisfaisante. La figure 8.13 illustre, toujours à partir de la même forme, ce mode de calcul.

La reconstruction est mauvaise là où le calcul du potentiel somme l'influence de plusieurs segments. Dans la figure 8.13 cela se produit dans les parties concaves de la forme. En effet, les points situés dans ces concavités sont sous l'influence de nombreux segments tous pratiquement à la même distance. La reconstruction est, aussi, mauvaise aux niveaux des extrémités car les points qui les entourent sont sous la seule influence contributive du segment extrémité (les autres segments étant trop éloignés). Notre technique réduit tous les rayons d'influence de la même façon, ce qui explique que les extrémités et les parties

¹A noter une erreur dans l'article : page 359, colonne 2, ligne 2 en partant du bas, il faut corriger " $l1 = t1 - c1, l2 = t2 - c1$ " par " $l1 = t1 - c, l2 = t2 - c$ ".

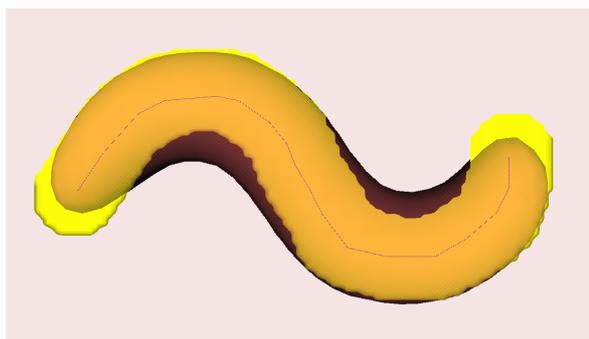


FIG. 8.13 – Surface de convolution le long d'un squelette constitué de plusieurs branches, les rayons d'influence du squelette sont réduit à leur racine carré. La forme est représentée en jaune, l'i-squelette est représenté en bleu et la surface reconstruite en rouge.

concaves soient mal reconstruites. Une modification plus spécifique des rayons d'influence est à envisager.

En conclusion, la reconstruction à partir de l'i-squelette des contours de la forme, avec la méthode présentée plus haut, n'est pas exacte. Un point p doit être sous l'influence d'un seul segment, pour obtenir une reconstruction exacte. Avec un squelette constitué de plusieurs segments les contributions s'additionnent et éloignent d'autant plus l'iso-surface du contour. L'influence de chaque segment décroît avec la distance. Cette décroissance dépend de la fonction potentiel choisi et de l'isovaleur préalablement fixée. La décroissance en fonction de la distance de l'influence de la primitive n'est pas linéaire. La fonction potentiel utilisée ici est de la forme $\frac{r^2}{d^2}$ où d est la distance entre le point p et la primitive du squelette et où r est le rayon d'influence de la primitive. L'isovaleur, utilisée ici est fixée à 1. Ce qui correspond, au vu de la fonction potentiel utilisée, à la situation où $d = r$. Mais les influences s'additionnent. Afin de ramener l'isosurface sur le bord, on augmente l'isovaleur ou réduit les rayons d'influence des segments. Nous avons choisi, comme illustré dans la figure 8.13, de modifier l'ensemble des rayons de la même façon en prenant leur racine carré.

Cette méthode est empirique et nécessite, une analyse plus fine, en particulier d'un point de vue mathématique, pour la justifier et éventuellement trouver une autre approche ou une méthode de calcul des rayons d'influence.

Chapitre 9

Reconstruction implicite en 3D à partir de coupes 2D

Dans chaque plan de coupe, à partir des squelettes 2D il est possible de retrouver les contours de la structure étudiée. La surface 3D est reconstruite en interpolant deux contours successifs. L'influence de chaque plan doit être calculée et mélangée de façon à assurer une continuité adéquate de la surface reconstruite. Dans ce chapitre est introduit une nouvelle fonction de mélange qui assure l'interpolation entre deux plans.

9.1 Présentation du problème

Soit deux plans parallèles P_i et P_{i+1} . Soit un point p compris entre P_i et P_{i+1} défini dans \mathbb{R}^3 par ses coordonnées (x, y, z) . Les projections du point p sur le plan P_i et P_{i+1} sont notées respectivement p_i et p_{i+1} . Soit les fonctions, f_i et f_{i+1} les fonctions potentiel calculées à partir des squelettes inclus respectivement dans P_i et P_{i+1} . On choisissant un repère (x, y, z) tel que les plans P_i et P_{i+1} soient parallèles au plan $(1,1,0)$, afin que le calcul des projections dans les plans, ainsi que le calcul des distances aux plans soient les plus simples possible pour un point p donné.

9.2 La fonction de mélange entre deux plans : F

Le calcul du potentiel en p est noté $F(p)$. Les influences de chaque squelette inclus dans les deux plans bordant P_i et P_{i+1} vont être mélangées afin d'interpoler les contours de façon cohérente. $F(p)$ est constitué de deux termes $F_a(p)$ et $F_b(p)$.

9.2.1 Le calcul du premier terme : $F_a(p)$

L'approche la plus intuitive consiste à sommer de façon proportionnelle l'influence de chaque squelette en p . Le facteur α définit l'influence proportionnelle de chaque plan en p en fonction de la distance aux plans :

$$\alpha = \frac{d(z, P_{i+1})}{d(P_i, P_{i+1})} \quad (9.1)$$

Le potentiel en p , noté $F_a(p)$ est calculé de la façon suivante :

$$F_a(p) = \alpha f_i(p) + (1 - \alpha) f_{i+1}(p) \quad (9.2)$$

Ce terme à lui seul n'est pas satisfaisant pour interpoler deux contours. La figure 9.1 illustre le résultat d'une reconstruction 3D à partir de 3 plans de coupes contenant des squelettes identiques. Le résultat obtenu n'est pas celui escompté.

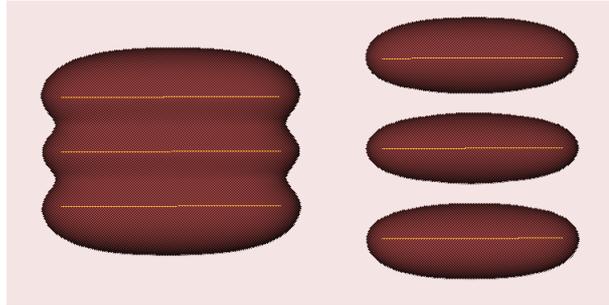


FIG. 9.1 – $F_a(p)$ pour trois squelettes identiques, entre l'objet de droite et celui de gauche la distance entre les plans a été augmentée.

Le nombre de coupes et leur espacement est fonction de l'objet étudié. Pour obtenir un modèle correct de l'objet, les coupes doivent être *significatives*. En imagerie médicale, l'espace inter-coupe peut être réduit jusqu'aux limites de résolution de l'appareil d'acquisition¹. En histologie, l'écart entre chaque coupe est déterminé à l'avance et dépend de la structure étudiée².

9.2.2 Le calcul du deuxième terme : $F_b(p)$

On constate sur l'exemple figure 9.1 que les bords de l'objet reconstruit ne sont pas droits, ils présentent une dépression maximum au milieu des espaces interplan. Pour la même raison, si l'espace interplan est plus important, il n'existe plus de mélange entre les surfaces générées par chaque squelette. En revanche, le potentiel généré par un squelette diminue (par définition) avec la distance au squelette. Il faut donc exporter dans l'espace inter-plan les potentiels des points projetés (p_i et p_{i+1}) afin que la surface générée véhicule, dans cet espace, l'information contenue dans les contours de chaque plan. Ainsi la distance entre deux plans sera sans influence sur la surface finale. De même, la jonction entre deux squelettes identiques sera rectiligne. Pour cela, le calcul du potentiel s'écrit donc :

$$F_b(p) = \alpha f_i(p_i) + (1 - \alpha) f_{i+1}(p_{i+1}) \quad (9.3)$$

La surface générée en utilisant $F_b(p)$ est représentée dans la figure 9.2. Les mêmes squelettes et les mêmes distances interplan ont été utilisées.

Le calcul du potentiel $F_b(p)$ semble résoudre les problèmes posés par $F_a(p)$. Dans le cas où les squelettes sont identiques d'un plan à l'autre les résultats sont satisfaisants. Mais cette situation est rarement rencontrée en pratique. Que se passe-t-il si les squelettes diffèrent d'un plan à l'autre ? La figure 9.3 illustre cette situation.

¹En IRM, par exemple, l'espacement minimum est de l'ordre du millimètre.

²Dans le cas de l'atlas stéréotaxique de G. Paxinos et C. Watson cet espace est de $120\mu\text{m}$.

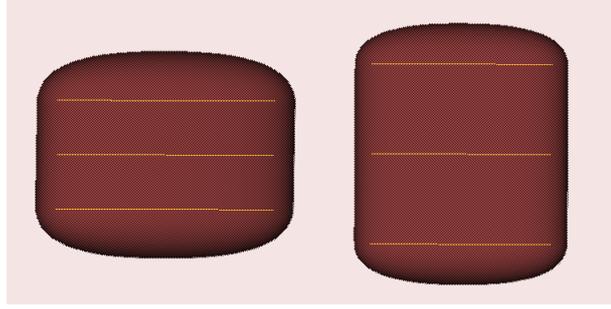


FIG. 9.2 – $F_b(p)$ pour trois squelettes identiques, entre la droite et la gauche de l'image la distance entre les plans a été augmentée. Les squelettes sont les mêmes que pour le figure 9.1

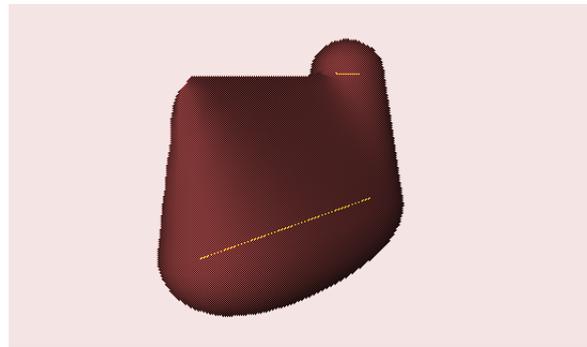


FIG. 9.3 – $F_b(p)$ pour deux squelettes différents

Dans le figure 9.3, le squelette, noté S_{i+1} du plan P_{i+1} est constitué d'un segment unique de taille plus petite que celui du plan P_i noté S_i . Une grande partie de S_i n'a pas d'homologue dans le plan S_{i+1} . L'interpolation des contours dans cette région n'est donc que sous l'influence de S_i . Pourtant la surface se poursuit jusqu'au plan P_{i+1} donnant un aspect effilé de la surface qui se termine par une crête à la limite du plan S_{i+1} . Dans le calcul de $F_b(p)$, l'influence du squelette inclus dans un plan se propage de façon linéaire dans l'espace interplan (facteur α). Pour résoudre ce problème, nous allons combiner les potentiels F_a et F_b de manière appropriée.

9.2.3 La fonction de mélange $F(p)$ associant $F_a(p)$ et $F_b(p)$

Le potentiel, dans l'espace interplan, doit associer $F_a(p)$ et $F_b(p)$. Le passage de l'un à l'autre doit se faire en douceur afin d'éviter des discontinuités dans la surface. Si un squelette n'a pas d'homologue dans le plan voisin, le potentiel sera calculé en utilisant $F_a(p)$ en revanche si il existe un squelette homologue le potentiel sera calculé en utilisant $F_b(p)$. En d'autres termes, si les potentiels projetés dans chaque plan sont proches f_b est privilégié, à l'inverse, f_a est privilégié si ces potentiels sont différents.

Le passage de l'un à l'autre est réalisé en utilisant le facteur β :

$$\beta = \left| \frac{f_{i+1}(p_{i+1}) - f_i(p_i)}{\max(f_{i+1}(p_{i+1}), f_i(p_i))} \right| \quad (9.4)$$

La fonction de mélange à deux termes, noté F s'écrit donc :

$$F = \beta F_a + (1 - \beta) F_b \quad (9.5)$$

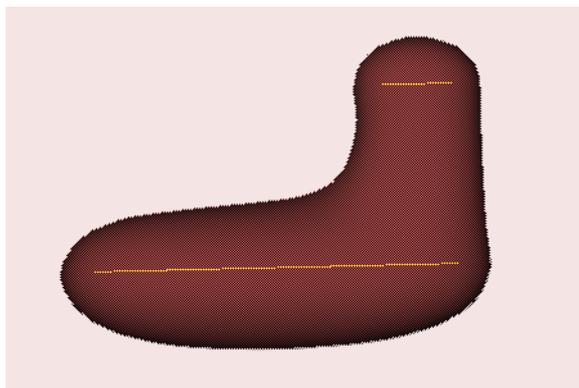


FIG. 9.4 – $F(p)$ pour deux squelettes différents

9.2.4 Le traitement particulier des plans extrémités

En dessous du plan de coupe le plus inférieur et au dessus du plan de coupe le plus supérieur le calcul du potentiel en p se fait sans aucun mélange à partir du squelette inclus dans le plan. Cela permet de fermer la surface à ses deux extrémités.

9.2.5 Le traitement particulier des squelettes constitués de plusieurs arbres

Le calcul du potentiel tel qu'il a été présenté jusque là a été calculé dans un plan à partir de la totalité du squelette inclus dans un plan. La structure de notre squelette en branches et en arbres (ensemble de branches connexes) permet de raffiner le calcul des potentiels en utilisant comme squelette l'arbre le plus proche du point étudié. Cela permet de contrôler certains mélanges de surface non souhaités. Deux contours indépendants mais très proches sur deux plans de coupes successifs vont pouvoir ainsi rester indépendants tout au long de la traversée de l'espace inter-plan. La figure 9.5 illustre l'intérêt de définir des arbres dans le squelette.

9.3 La fonction de mélange entre quatre plans : lissage

Nous avons, par ailleurs, développé une technique de lissage qui fait intervenir le point p et ses projections dans les quatre plans voisins. L'objectif principal de cette technique est de lisser la surface finale et compenser éventuellement les erreurs de recalage pouvant exister pour les coupes issues d'un objet réel (coupes de cerveau de rat).

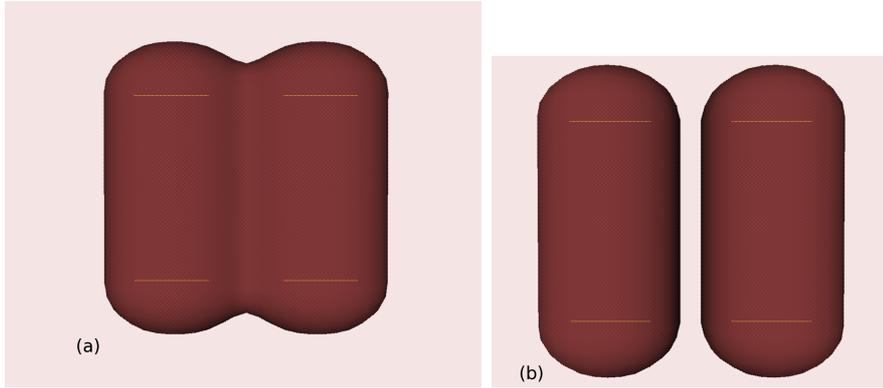


FIG. 9.5 – Organisation des branches en arbres : (a) sans arbre, toutes les branches du squelette sont utilisées pour calculer le potentiel, (b) avec arbres, le paquet de branches connexes le plus proche de p est utilisé pour calculer le potentiel. Les branches sont les mêmes dans les deux squelettes, la seule différence est le regroupement en arbre pour la figure (b) qui permet de n'utiliser qu'un arbre à la fois pour le calcul de $F(p)$.

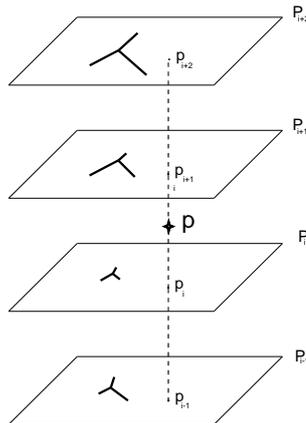


FIG. 9.6 – Projection de p sur ses quatre plans voisins.

Soit quatre plans parallèles $P_{i-1}, P_i, P_{i+1}, P_{i+2}$. Soit un point p compris entre le plan P_i et P_{i+1} . La projection pu point p dans les quatre plans $P_{i-1}, P_i, P_{i+1}, P_{i+2}$ sont notés respectivement $p_{i-1}, p_i, p_{i+1}, p_{i+2}$. Soit les fonctions f_{i-1}, f_i, f_{i+1} et f_{i+2} les fonctions potentiels calculées à partir des squelettes inclus respectivement dans $P_{i-1}, P_i, P_{i+1}, P_{i+2}$. Pour calculer le potentiel en p , on utilise une B-spline non rationnelle uniforme avec les valeurs des potentiels calculées dans chaque plan de projection. Le calcul de $F(p)$ se fait de la façon suivante :

$$F(p) = (u^3 u^2 u_1) M_c(f_{i-1}(p_{i-1}) f_i(p_i) f_{i+1}(p_{i+1}) f_{i+2}(p_{i+2})) \quad (9.6)$$

avec la B-spline uniforme, dont la matrice est M :

$$M = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

La figure suivante permet de comparer la surface reconstruite sans et avec lissage.

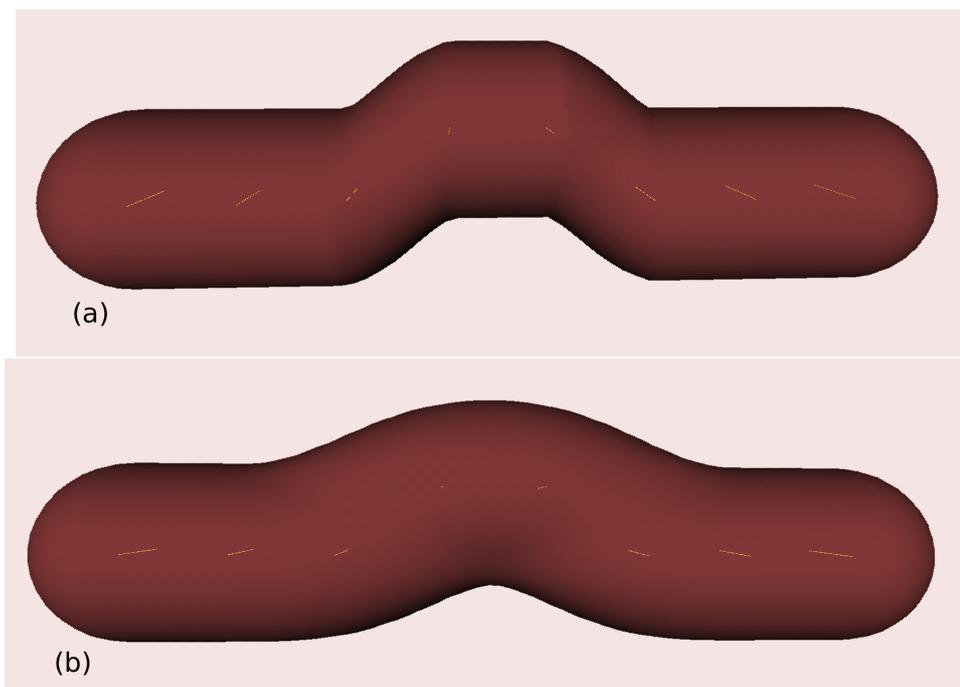


FIG. 9.7 - Lissage : (a) calcul entre deux plans, (b) calcul entre quatre plans.

9.4 Validations

Ce paragraphe est dédié à l'illustration de cette méthode de reconstruction à travers des exemples.

9.4.1 Reconstruction du Pelvis

A partir d'un examen tomодensitométrique d'un bassin humain, après segmentation et extraction des contours, l'i-squelette a été calculé dans chaque plan de coupe. Seul le tissu osseux a été extrait. L'examen est constitué de 23 coupes sériées qui parcourent la totalité du pelvis. L'espace entre les coupes est d'environ 1cm.

La figure suivante, représente un des plans de coupe avec au centre le squelette pondéré calculé.

La reconstruction 3D a été réalisée en utilisant la fonction de mélange entre deux plans présentés page 106 équation 9.5. Le résultat est présenté dans le figure suivante :

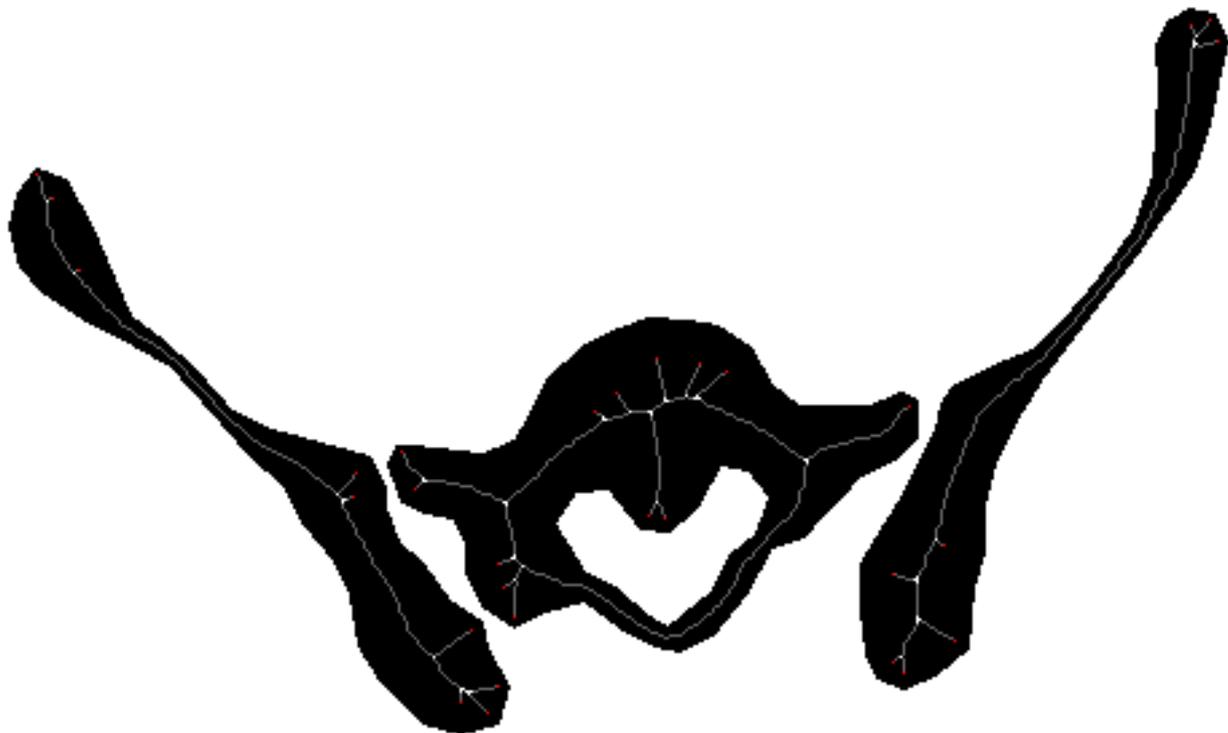


FIG. 9.8 – Coupe 18 du pelvis osseux et son *i*-squelette

9.4.2 Reconstruction du noyau du nerf vague (10N) du rat

Dans l'atlas de Paxinos [PW05], 18 coupes séries impliquant le 10N sont  tudi es. Les contours sont extraits, dans chaque plan de coupe, suivant la technique présentée au chapitre 5.3. Les *i*-squelettes sont ensuite calcul es. La surface implicite 3D est reconstruite en utilisant la fonction de mélange présentée au chapitre 9.2. La figure 9.10 montre le 10N droit sur une vue ventrale et une vue latérale.

La reconstruction implicite obtenue répond à nos objectifs. Nous avons, en effet, un modèle implicite de la structure anatomique qui nous intéresse. Ce modèle suit les contours dans chaque plan de coupe. La correspondance entre la surface reconstruite et les contours peut être améliorée, car comme expliqu e au paragraphe 8.6.2, la modification des rayons d'influence est globale. Un calcul optimum de chaque rayon d'influence est envisageable , via un processus d'optimisation, afin que la surface reconstruite se plaque exactement sur les contours, sans dénaturer le squelette en ne jouant que sur les rayons d'influence. Enfin, la reconstruction inter-plan recrée une surface 3D lisse ne nécessitant pas de lissage.

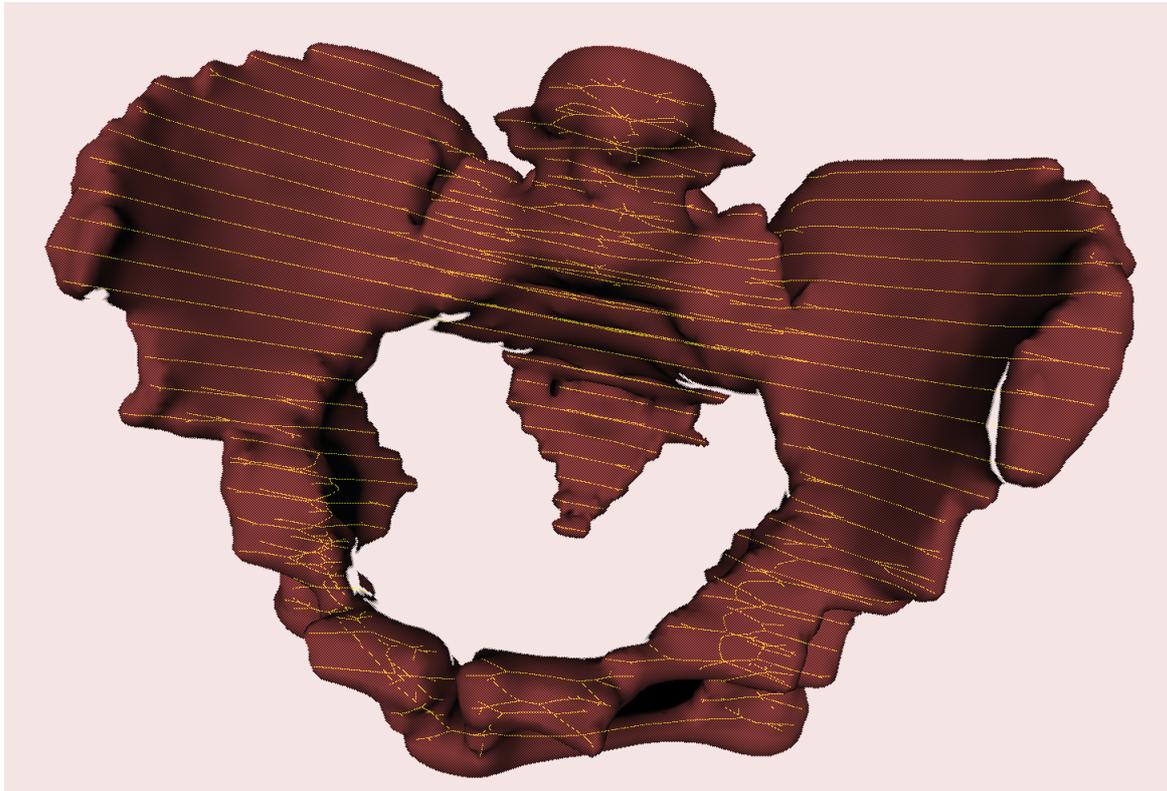


FIG. 9.9 – Pelvis en 3D : le squelette est visible dans chaque plan de coupe. La partie supérieure est en haut de l'image et la partie ventrale orientée vers nous.

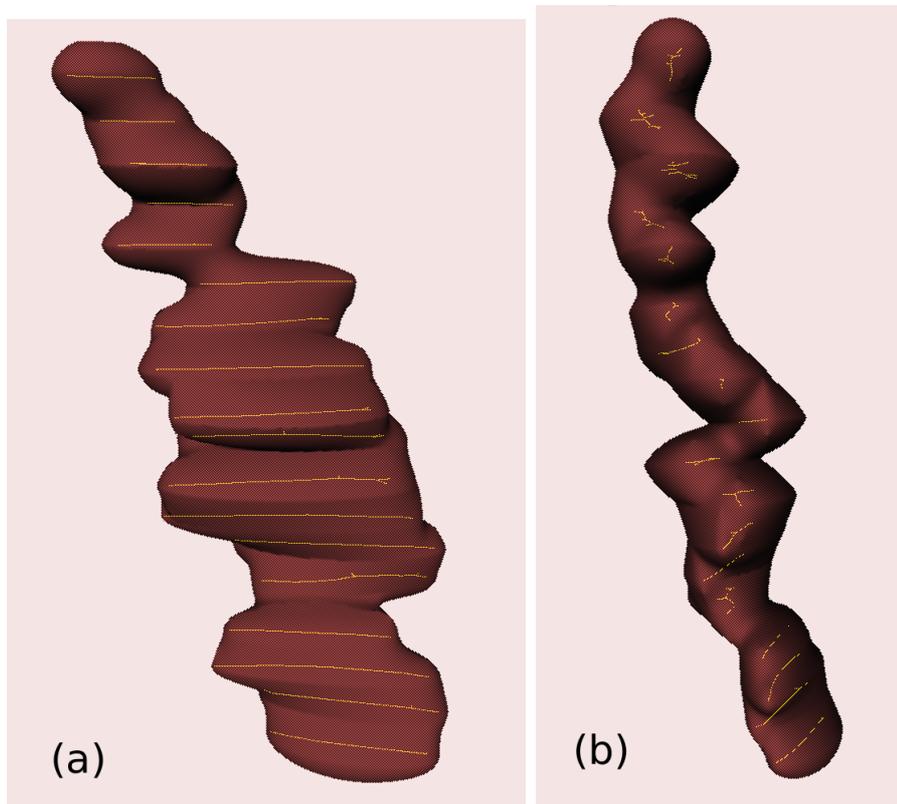


FIG. 9.10 - $10N$ en 3D : (a) vue ventrale (b) vue latérale.



FIG. 9.11 – 10N en 3D. De haut en bas : reconstruction paramétrique non lissée, reconstruction paramétrique lissée, reconstruction implicite.

Chapitre 10

Conclusion

Nous avons mis en place, à travers ce travail, une méthode d'analyse structurelle d'une forme 2D définie dans une image matricielle. L'i-squelette concentre les informations géométriques et topologiques de la forme dans un objet constitué des segments et dont la manipulation est intuitive.

La Squelettisation d'une forme 2D permet une approche structurelle hiérarchisée de l'objet. En tant qu'enseignant d'Anatomie, nous avons, à travers le i-squelette, trouvé un lien possible entre le dessin anatomique, le discours de l'enseignant et la ou les structures anatomiques décrites.

Le passage à la 3D, à travers l'utilisation de surfaces implicites à squelette, permet de modéliser des structures complexes sous une expression implicite et ainsi de profiter de la puissance de ce type de modèle. Une reconstruction surfacique paramétrique ne donne pas d'information dans son environnement proche, ou au prix de lourds calculs. Une surface implicite en revanche donne une information sur sa position en tout point de l'espace environnant. On peut donc imaginer plusieurs structures anatomiques voisines s'informer mutuellement sur leur position et contraindre les rapports en fonction de règles préétablies. On peut aussi imaginer un processus de reconstruction qui tient compte de plusieurs structures voisines simultanément. Les applications en GMCAO, nous paraissent aussi importantes au regard de cette propriété.

L'i-squelette permet, de par sa structure, la création de modèles multi-résolution dont l'intérêt est évident en Anatomie. D'un organisme tout entier, il serait intéressant de traverser les échelles et de pouvoir aller jusqu'à la description du contenu cellulaire voire moléculaire. Sans aller jusque là, un modèle implicite précis à squelette, comme l'i-squelette, construit à partir de coupes histologiques pourrait venir compléter les bilans d'imagerie actuelle dont la résolution ne permet pas une étude aussi fine.

Je suis convaincu que ce type de modèle a un avenir certain en modélisation anatomique.

Notre reconstruction implicite nous a apporté satisfaction mais elle est perfectible. Comme nous l'avons vu la concordance entre les contours et la surface implicite générée n'est pas parfaite. Un travail sur l'ajustement des rayons d'influence est à prévoir.

L'application NAVIS dans sa future version présentera des modèles 3D implicites. La demande en neurosciences est très forte pour ce type d'application. Elle a pour objectif la représentation 3D de systèmes complexes et évolutifs. Elle représente aussi un outil d'échange d'information et d'enseignement novateur.

L'approche multidisciplinaire de cette thèse permet d'envisager l'élaboration d'outil

dédié à l'Anatomie au service de la communauté scientifique et de l'enseignement.

Bibliographie

- [ACS01] M. Amrani, B. Crespín, and B. Shariat. Skeletal implicit surface reconstruction from sections for flexible body simulation, 2001.
- [AG04] Samir Akkouche and Eric Galin. Implicit surface reconstruction from contours. *Vis. Comput.*, 20(6) :392–401, 2004.
- [AJC02] Alexis Angelidis, Pauline Jepp, and Marie-Paule Cani. Implicit modeling with skeleton curves : Controlled blending in contact situations. In *Shape Modeling International*. ACM, IEEE Computer Society Press, 2002. Banff, Alberta, Canada.
- [AM97] D. Attali and A. Montanvert. Computing and Simplifying 2D and 3D Semi-continuous Skeletons of 2D and 3D shapes. *CVIU*, 67(3) :261–273, September 1997.
- [Ban00] F. Banégas. *Caractérisation et Reconstruction de Solodes Tridimensionnels par Squelette Ellipsoïdal*. PhD thesis, Université Jean Monnet de Saint-Etienne, 2000.
- [BD03] D. M. Bowden and M. F. Dubach. NeuroNames 2002. *Neuroinformatics*, 1(1) :43–59, 2003.
- [BDS05] M. Bota, H. W. Dong, and LW. Swanson. Brain architecture management system. *Neuroinformatics*, 3(1) :15–48, 2005.
- [BG92] J. D. Boissonnat and B. Geiger. Three dimensional reconstruction of complexe shapes based on the delaunay. Technical report, 1697, INRIA, April 1992.
- [BGLSS04] Gill Barequet, Michael T. Goodrich, Aya Levi-Steiner, and Dvir Steiner. Contour interpolation by straight skeletons. *Graph. Models*, 66(4) :245–260, 2004.
- [BLAE02] Csébfalvi Balázs, Neumann László, Kanitsar Armin, and Eduard Gröller. Smooth Shape-Based Interpolation using the Conjugate Gradient Method. In *Vision, Modeling, and Visualization*, pages 123–130, 2002.
- [Bli82] James F. Blinn. A generalization of algebraic surface drawing. *j-tog*, 1(3) :235–256, July 1982.
- [Blo95a] Jules Bloomenthal. Bulge elimination in implicit surface blends. In *Implicit Surfaces'95*, pages 7–20, Grenoble, France, 1995.
- [Blo95b] Jules Bloomenthal. *Skeletal design of natural forms*. PhD thesis, Calgary, Alta., Canada, Canada, 1995.

- [BLSB01] A. Brevik, T. B. Leergaard, M Svanevik, and JG. Bjaalie. Three-dimensional computerised atlas of the rat brain stem precerebellar system : approaches for mapping, visualization, and comparison of spatial distribution data. *Anat Embryol (Berl)*, 204(4) :319–32, 2001.
- [Blu67] H. Blum. *Models for the Perception of Speech and Visual Form*, chapter A transformation for extracting new descriptions of shape., pages 362–380. MIT Press, Cambridge, 1967.
- [BMRJ99] F. Banégas, D. Michelucci, M. Roelens, and M. Jaeger. Automatic adaptative surface reconstruction from ellipsoidal skeleton. In *Implicit Surface'99*, pages 113–122, Bordeaux (France), August 1999.
- [Boi88] J.D. Boissonnat. Shape reconstruction from planar cross sections. *Comput. Vision Graph. Image Process*, 44(1) :1–29, 1988.
- [Bor84] G. Borgefors. Distance transformations in arbitrary dimensions. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 27 :321–345, 1984.
- [Bor86a] G. Borgefors. *On hierarchical edge matching in digital images using distance transformations*. PhD thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, 1986.
- [Bor86b] Gunilla Borgefors. Distance transformations in digital images. *Comput. Vision Graph. Image Process.*, 34(3) :344–371, 1986.
- [BS91] Jules Bloomenthal and Ken Shoemake. Convolution surfaces. In *SIGGRAPH '91 : Proceedings of the 18th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 251–256, New York, NY, USA, 1991. ACM Press.
- [BSD⁺04] Z. Boldogkoi, A. Sik, A. Denes, A. Reichart, J. Toldi, I. Gerendai, KJ. Kovacs, and M. Palkovits. Novel tracing paradigms—genetically engineered herpesviruses as tools for mapping functional circuits within the CNS : present status and future prospects. *Prog Neurobiol*, 72(6) :417–45, 2004.
- [BTBW77] H.G. Barrow, J.M. Tenenbaun, R.C. Bolles, and H.C. Wolf. Parametric correspondence and chamfer matching : two new techniques for image matching. In *proc. 5th Int. Joint Conf. on Artif. Intell.*, pages 659–663, 1977.
- [BTC95] Eric Bittar, Nicolas Tsingos, and Marie-Paule Cani. Automatic reconstruction of unstructured 3d data : Combining medial axis and implicit surfaces. In *Eurographics*, septembre 1995. Published under the name Marie-Paule Gascuel.
- [BW90] J. Bloomenthal and B. Wyvill. Interactive Techniques for Implicit Modelling. *Computer Graphics*, 24(2) :109–116, 1990.
- [CH01] Marie-Paule Cani and Samuel Hornus. Subdivision curve primitives : a new solution for interactive implicit modeling. In *Shape Modeling International*, Italy, May 2001.
- [CM91] J.M. Chassery and A. Montanvert. *Géométrie discrète en analyse d'images*. Paris, 1991.
- [DA04] H. Delingette and N. Ayache. *Computational Models for the Human Body, Handbook of Numerical Analysis*, chapter Soft tissue for surgery simulation, pages 453–550. Elsevier, 2004.
- [DC90] P.P. Das and B.N. Chatterji. Octogonal distances for digital pictures. *Information Sciences*, 50 :123–150, 1990.

- [DTC95] Mathieu Desbrun, Nicolas Tsingos, and Marie-Paule Cani. Adaptive sampling of implicit surfaces for interactive modeling and animation. In *Implicit Surfaces*, avril 1995. Published under the name Marie-Paule Gascuel.
- [FCA97] Eric Ferley, Marie-Paule Cani, and Dominique Attali. Skeletal reconstruction of branching shapes. *Computer Graphics Forum*, 16(5) :283–293, December 1997. Published under the name Marie-Paule Cani-Gascuel.
- [FKU77] H. Fuchs, Z. Kedem, and S. Uselton. Optimal surface reconstruction from planar contours. In *Communication of the ACM*, volume 20, pages 693–702, 1977.
- [FLS94] G. D Funka-Lea and J. S. Schwaber. A digital brain atlas and its application to the visceral neuraxis. *J Neurosci Methods*, 54(2) :253–60, 1994.
- [GA98] E. Galin and S. Akkouche. Fast Surface Reconstruction from Contours using Implicit Surfaces. In *Implicit Surfaces'98 Conference*, Seattle, USA, June 1998.
- [Gei93] B. Geiger. Three-dimensional modeling of human organs and its application to diagnosis and surgical planing. Technical report, INRIA RR-2105, 1993. URL : <http://citeseer.ist.psu.edu/geiger93threedimensional.html>.
- [HAC03] Samuel Hornus, Alexis Angelidis, and Marie-Paule Cani. Implicit modelling using subdivision-curves. *the Visual Computer*, 19(2-3) :94–104, May 2003.
- [HDD⁺94] Hugues Hoppe, Tony DeRose, Tom Duchamp, Mark Halstead, Hubert Jin, John McDonald, Jean Schweitzer, and Werner Stuetzle. Piecewise smooth surface reconstruction. *Computer Graphics*, 28(Annual Conference Series) :295–302, 1994.
- [HMN93] H. Hagen, H. Muller, and G.M. Nielson. *Focus on Scientific Visualization*. Springer-Verlag, New York, 1993.
- [HZB92] Gabor T. Herman, Jingsheng Zheng, and Carolyn A. Bucholtz. Shape-based interpolation. *IEEE Comput. Graph. Appl.*, 12(3) :69–79, 1992.
- [JC94] M. W. Jones and M. Chen. A new approach to the construction of surfaces from contour data. *Computer Graphics Forum*, 13(3) :75–84, 1994.
- [JT02] Xiaogang Jin and Chiew-Lan Tai. Convolution surfaces for arcs and quadratic curves with a varying kernel. *The Visual Computer*, 18 :530–546, 2002.
- [JWC⁺05] T. Ju, J. Warren, J. Carson, G. Eichele, C. Thaller, W. Chiu, M. Bello, and I. Kakadiaris. Building 3D surface networks from 2D curve networks with application to anatomical modeling. *The Visual Computer*, 21(8-10) :764–773, 2005.
- [KAW91] Z. Kacic-Alesic and B. Wyvill. Controlled blending of procedural implicit surfaces. In *Graphics Interface'91*, pages 236–245, Calgary, Canada,, July 1991.
- [KR85] T.Y. Kong and A.W. Roscoe. A theory of binary digital pictures. In *Computer Graphics and Image Processing*, volume 32, pages 221–243, 1985.
- [LBD⁺03] T. B. Leergaard, J. G. Bjaalie, A Devor, LL Wald, and AM. Dale. In vivo tracing of major rat brain pathways using manganese-enhanced magnetic resonance imaging and three-dimensional digital atlasng. *Neuroimage*, 20(3) :1591–600, 2003.

- [LC87] W. Lorensen and H. Cline. Marching cubes :a high resolution 3D surface construction algorithm. *Computer Graphics*, 21(4) :163–169, July 1987.
- [LLS92] L. Lam, S.W. Lee, and C.Y. Suen. Thining methodologies - A comprehensive survey. *IEEE Trans. on PAMI*, 14(9) :869–885, August 1992.
- [Mon68] U. Montanari. A method for obtaining skeletons using a quasi-euclidean distance. *Journal of ACM*, 15 :600–624, 1968.
- [MRC⁺03] J.-F. Mangin, D. Rivière, A. Cachia, D. Papadopoulos-Orfanos, D.L. Collins, A.C. Evans, and J. Régis. Object-based strategy for morphometry of the cerebral cortex. In *IPMI*, Ambleside, UK, 2003. SpringerVerlag.
- [MSS92] David Meyers, Shelley Skinner, and Kenneth Sloan. Surfaces from contours. *ACM Trans. Graph.*, 11(3) :228–258, 1992.
- [Mur91] Shigeru Muraki. Volumetric shape description of range data using blobby model. In *SIGGRAPH '91 : Proceedings of the 18th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 227–235, New York, NY, USA, 1991. ACM Press.
- [MYR⁺01] B. S. Morse, T. S. Yoo, P. Rheingans, D. T. Chen, and K. R. Subramanian. Interpolating implicit surfaces from scattered surface data using compactly supported radial basis functions. In *SMI*, pages 89–98, 2001.
- [Nac94] P.F.M. Nacken. *Image analysis methods based on hierarchies of graphs and multi-scale mathematical morphology*. PhD thesis, Amsterdam, 1994.
- [NHK⁺85] H. Nishimura, M. Hirai, T. Kawvai, I. Shirakawa, and K. Omura. Object modeling by distribution function and a method of image generation. *Transactions of IECE*, J68-D(4) :718–725, 1985.
- [OP04] S. Oeltze and B. Preim. Visualization of anatomic tree structures with convolution surfaces, 2004.
- [OPC96] J.-M. Oliva, M. Perrin, and Sabine Coquillart. 3d reconstruction of complex polyhedral shapes from contours using a simplified generalized voronoi diagram. *Comput. Graph. Forum*, 15(3) :397–408, 1996.
- [Pag92] D.W. Paglieroni. Distance transforms : properties and machine vision applications. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 54(1) :56–74, 1992.
- [PL99] S. Prévost and L. Lucas. An integrated and efficient voxel-based rendering system : From discrete skeleton shape descriptor to implicit surface visualisation. In *WSCG'99*, volume 2, pages 411–417, Plzen (Rep. Tchèque), February 1999.
- [PL00] S. Prévost and L. Lucas. An efficient voxel-based visualization system from an implicit skeletal surface characterization. *J. Visual. Comput. Anim*, 11(1) :39–49, February 2000.
- [PR67] J.L. Pfaltz and A. Rosenfeld. Computer representation of planar regions by their skeletons. *Comm. of ACM*, 10 :119–125, February 1967.
- [PSPW06] O. Palombi, J.W. Shin, G. Paxinos, and C. Watson. Neuroanatomical Affiliation Visualization Interface System. *neuroinformatics*, 4(4), 2006. In press.
- [PW05] G. Paxinos and C. Watson. *The rat brain in stereotaxic coordinates*. Academic Press, San Diego, 5th edition, 2005.

- [Rag89] I. Ragnemalm. The euclidean distance transform and its implementation on SIMD architectures. In *6th Scandinavian Conf. on Image Analysis*, pages 379–384, Oulu (Finland), 1989.
- [Rag90a] I. Ragnemalm. Contour processing distance transforms. In *Progress in Image Analysis and Processing*, pages 204–212, 1990.
- [Rag90b] I. Ragnemalm. *Generation of Euclidean distance maps*. PhD thesis, Dep. Electrical Eng., Linköping University, Sweden, 1990.
- [Rag92] I. Ragnemalm. The Euclidean distance transform in arbitrary dimensions. In *Int. Conf. on Image Processing*, pages 290–293, Maastricht, 1992.
- [RF94] V. Ranjan and A. Fournier. Volume Models for Volumetric Data. *Computer IEEE 00018-9162*, pages 28–36, 1994.
- [Rol91] F Rolland. *Représentation tridimensionnelle et reconstruction 3D à partir de coupes 2D*. PhD thesis, UJF, Grenoble, 1991.
- [Ros66] A Rosenfeld. Sequential operations in digital picture processing. *Journal of ACM*, 12(4) :471–494, 1966. Prénom de l'auteur ? A...
- [Ros73] A. Rosenfeld. Arcs and curves in digital pictures. *Journal of ACM*, 20(81-87), 1973.
- [Ros81] A Rosenfeld. Three-dimensional digital topology. *Information and Control*, 50 :119–127, 1981.
- [Ros86] A. Rosenfeld. Axial representation of shape. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 33 :156–173, 1986.
- [Rut66] D. Rutovitz. Pattern recognition. *Journal of Royal Statis*, 1966.
- [SdBT94] G. Sanniti di Baja and E. Thiel. *Aspects of Visual Form Processing.*, chapter Computing and comparing distance-driven skeleton., pages 465–486. World Scientific, Singapore, 1994.
- [SDS96] E. Stollnitz, T. Deroose, and D. Salesin. *Wavelets for Computer Graphics, Chapitre V "Subdivision Cutves"*. Morgan Kaufman, California, 1996.
- [She99] Andrei Sherstyuk. Kernel functions in convolution surfaces : a comparative analysis. *The Visual Computer*, 15(4) :171–182, 1999.
- [SKB⁺01] K. E. Stephan, L. Kamper, A. Bozkurt, GA. Burns, MP. Young, and R. Kotter. Advanced database methodology for the Collation of Connectivity data on the Macaque brain (CoCoMac). *Philos Trans R Soc Lond B Biol Sci*, 356(1412) :1159–86, 2001.
- [SP87] K.R. Sloan and J. Painter. From contours to surfaces : tested and initial results. In ACM Press, editor, *CHI+GI*, pages 115–120, 1987.
- [SPOK95] Vladimir V. Savchenko, Alexander A. Pasko, Oleg G. Okunev, and Tosiyasu L. Kunii. Function representation of solids reconstructed from scattered surface points and contours. *Computer Graphics Forum*, 14(4) :181–188, 1995.
- [SPSK98] Vladimir V. Savchenko, Alexander A. Pasko, Alexei Sourin, and Tosiyasu L. Kunii. Volume modelling : Representations and advanced operations. In *Computer Graphics International*, pages 4–13, 1998.

- [SW96] G. Sealy and G. Wyvill. Smoothing of three dimensional models by convolution. In *Proc Comput Graph International*, pages 184–190, 1996.
- [Thi94] E. Thiel. *Les distances de chanfrein en analyse d'images : fondements et applications*. PhD thesis, Université Joseph Fourier - Grenoble 1, Grenoble, 1994.
- [TO99] Greg Turk and James F. O'Brien. Shape transformation using variational implicit functions. In *SIGGRAPH '99 : Proceedings of the 26th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 335–342, New York, NY, USA, 1999. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co.
- [Tri01] Frédéric Triquet. *Facettisation temps réel de surfaces implicites*. PhD thesis, Université des Sciences et Technologies de Lille, 11 December 2001.
- [TSHA95] A. W. Toga, E. M. Santori, R. Hazani, and K. Ambach. A 3D digital map of rat brain. *Brain Res Bull*, 38(1) :77–85, 1995.
- [TSP89] A. Toga, M. Samaie, W., and BA. Payne. Digital rat brain : a computerized atlas. *Brain Res Bull*, 22(2) :323–33, 1989.
- [Vit99] Joëlle Vittone. *Caractérisation et reconnaissance de droites et de plans en géométrie discrète*. PhD thesis, Université Joseph Fourier-Grenoble 1, December 1999.
- [VRJ00] A. Vercelli, M. Repici, and S. Jhaveri. Recent techniques for tracing pathways in the central nervous system of developing and adult mammals. *Brain Res Bull*, 51(1) :11–28, 2000.
- [WMW86] Geoff Wyvill, Craig McPheeters, and Brian Wyvill. Data structure for *oft* objects. *The Visual Computer*, 2(4) :227–234, 1986.
- [WW89] Brian Wyvill and Geoff Wyvill. Field functions for implicit surfaces. *The Visual Computer*, 5(1&2) :75–82, 1989.
- [YTF75] S. Yokoi, J. Toriwaki, and T. Fukumura. An analysis of topological properties of digitized pictures using local features. *Computer Graphics and Image Processing*, 4(63-73), 1975.
- [ZOF01] H. Zhao, S. Osher, and R. Fedkiw. Fast surface reconstruction using the level set method, 2001.